

N° D'ORDRE :
2109
Série A.
N° de Série 1240.

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES MATHÉMATIQUES

PAR

M^{me} Edmée Chandon

Astronome adjoint à l'Observatoire de Paris.

1^{re} THÈSE. — RECHERCHES SUR LES MARÉES DE LA MER ROUGE ET DU GOLFE DE SUEZ.

2^e THÈSE. — LA PARALLAXE SOLAIRE.

Soutenues le 26 Mars 1930 devant la Commission d'examen.

MM. ESCLANGON,	<i>Président.</i>
CHAZY	} <i>Examineurs.</i>
LAMBERT	

PARIS

GAUTHIER-VILLARS et C^{ie}, ÉDITEURS

LIBRAIRES DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE
Quai des Grands-Augustins, 55

1930

N° D'ORDRE :

2169

Série A.

N° de Série 1240.

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES MATHÉMATIQUES

PAR

M^{me} Edmée Chandon

Astronome adjoint à l'Observatoire de Paris.

1^{re} THÈSE. — RECHERCHES SUR LES MARÉES DE LA MER ROUGE ET DU GOLFE DE SUEZ.

2^e THÈSE. — LA PARALLAXE SOLAIRE.

Soutenues le Mars 1930 devant la Commission d'examen.

MM. ESCLANGON,	<i>Président.</i>
CHAZY	} <i>Examineurs.</i>
LAMBERT	

PARIS

GAUTHIER-VILLARS et C^{ie}, ÉDITEURS

LIBRAIRES DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE
Quai des Grands-Augustins, 55

1930

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS.

MM.

Doyen..... C. MAURAIN, Professeur, Physique du Globe.
 Doyens honoraires..... P. APPELL, M. MOLLIARD.
 Professeurs honoraires. A. JOANNIS, H. LE CHATELIER, H. LEBESGUE, A. FERNBACH,
 A. LEDUC, E. HÉROUARD.

	ÉMILE PICARD.....	Analyse supérieure et Algèbre supérieure.
	KÖNIGS.....	Mécanique physique et expérimentale.
	GOURSAT.....	Calcul différentiel et Calcul intégral.
	JANET.....	Electrotechnique générale.
	WALLERANT.....	Minéralogie.
	PAINLEVÉ.....	Mécanique analytique et Mécanique céleste.
	GABRIEL BERTRAND..	Chimie biologique.
	M ^{me} P. CURIE.....	Physique générale et radioactivité.
	CAULLERY.....	Zoologie (Evolution des êtres organisés).
	G. URBAIN.....	Chimie générale.
	ÉMILE BOREL.....	Calcul des probabilités et Physique mathém.
	L. MARCHIS.....	Aviation.
	JEAN PERRIN.....	Chimie physique.
	RÉMY PERRIER.....	Zoologie (Enseignement P. C. N.).
	ABRAHAM.....	Physique.
	MOLLIARD.....	Physiologie végétale.
	CARTAN.....	Géométrie supérieure.
	LAPICQUE.....	Physiologie générale.
	VESSIOT.....	Théorie des fonctions et théorie des transfor-
	COTTON.....	Physique générale. [mations].
	DRACH.....	Application de l'Analyse à la Géométrie.
	G. FABRY.....	Physique.
	CHARLES PÉREZ.....	Zoologie.
	LÉON BERTRAND.....	Géologie appliquée et Géologie régionale.
	LESPIEAU.....	Théories chimiques.
	RABAUD.....	Biologie expérimentale.
	PORTIER.....	Physiologie comparée.
	É. BLAISE.....	Chimie organique.
	DANGEARD.....	Botanique.
	PAUL MONTEL.....	Mécanique rationnelle.
	WINTREBERT.....	Anatomie et Histologie comparées.
	DUBOSQ.....	Biologie maritime.
	G. JULIA.....	Mathématiques générales.
	A. MAILHE.....	Étude des combustibles.
	L. LUTAUD.....	Géographie physique.
	EUGÈNE BLOCH.....	Physique théorique et physique céleste.
	HENRI VILLAT.....	Mécanique des fluides et applications.
	CH. JACOB.....	Géologie.
	P. PASCAL.....	Chimie minérale.
	LÉON BRILLOUIN.....	Théories physiques.
	V. AUGER.....	Chimie appliquée.
	ESCLANGON.....	Astronomie.

Professeurs.....



PECHARD.....	Chimie (Enseigt P. C. N.).	MOUTON.....	Chimie physique.
GUICHARD.....	Chimie minérale.	JOLEAUD.....	Paleontologie.
GUILLET.....	Physique.	JAVILLIER.....	Chimie biologique.
MAUGUIN.....	Minéralogie.	DUFOUR.....	Physique (P. C. N.).
BLARINGHEM.....	Botanique.	PICARD.....	Zoologie (Evolution des êtres organisés).
MICHEL-LEVY.....	Pétrographie.	ROBERT-LÉVY.....	Zoologie.
DEREIMS.....	Géologie.	DUNOYER.....	Optique appliquée.
DENJOY.....	Calcul différentiel et intégral.	GUILLERMOND.....	Botanique (P. C. N.).
BENARD.....	Physique (P. C. N.).	DEBIERNE.....	Radioactivité.
DARMOIS.....	Physique.	FRECHET.....	Calcul des Probabilités et Physique mathématique.
BRUHAT.....	Physique.		

Secrétaire..... A. PACAUD.

A MA MÈRE



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41551826_0074

PREMIÈRE THÈSE

RECHERCHES

SUR LES

MARÉES DE LA MER ROUGE

ET DU GOLFE DE SUEZ

PRÉFACE.

On doit au regretté Adolphe Blondel une importante contribution théorique à l'étude des Marées dans un canal ⁽¹⁾. Son Mémoire contient une application numérique aux Marées de la mer Rouge avec emploi de la méthode de Ritz.

Partant des constantes harmoniques observées à Périn, Blondel a trouvé pour l'amplitude de la marée principale semi-diurne, à l'extrémité nord de la mer (Shermsheik ou Shadwan), une valeur bien supérieure au nombre observé (5^m au lieu de $0^m, 25$). Il a cru pouvoir attribuer cette divergence au frottement, et s'est réservé de reprendre l'étude des marées dans cette mer en cherchant les valeurs numériques des coefficients que l'hypothèse du frottement introduit dans les équations. Mais, en 1916, une mort glorieuse enleva ce jeune astronome à la Science et nous avons tenté de reprendre l'étude qu'il n'a pu poursuivre.

Cette étude offre d'autant plus d'intérêt que, grâce aux campagnes

⁽¹⁾ *Sur la Théorie des Marées dans un canal. Application à la mer Rouge* (Thèse, Toulouse, 1912).

hydrographiques faites en 1923 et en 1924 par la Marine italienne, on connaît maintenant avec précision les constantes harmoniques des ondes principales pour huit ports de la mer Rouge entre Périn et Shadwan. La comparaison entre les calculs et les observations est ainsi plus facile que dans le passé.

En vérifiant les laborieux calculs auxquels donne lieu la méthode de Ritz, nous avons trouvé, à la fin de la Thèse de Blondel, deux erreurs numériques. Toutes corrections faites, nous avons pu achever l'étude des marées dans la mer Rouge, et les résultats obtenus cadrent assez bien avec les observations. Cependant, les résidus « observation — calcul » relatifs aux amplitudes, sont systématiquement négatifs, et donnent à penser que le frottement peut jouer un rôle qui n'est pas absolument négligeable.

Remarquant toutefois que le régime des marées varie très rapidement au voisinage immédiat de l'île de Périn, et que les données de l'observation sont peu nombreuses dans cette région, nous avons cru plus rationnel de reprendre l'étude des marées en adoptant comme point de départ Shermshik, extrémité nord fermée de la mer Rouge.

La méthode que nous avons employée, plus rapide que celle de Ritz, est simplement esquissée dans les Traités classiques.

Elle consiste à assimiler un canal quelconque fermé à l'une de ses extrémités à une suite de canaux partiels, tels que dans chacun d'eux la profondeur est constante et la largeur est, ou constante, ou fonction exponentielle de la distance x à l'extrémité fermée, cette distance étant comptée suivant l'axe du canal.

On peut toujours établir cette subdivision de manière que dans chaque canal partiel le potentiel générateur, $\frac{W_i}{g}$, d'une onde déterminée ait la forme $A_i + B_i x + C_i x^2$, où A_i , B_i , C_i sont des fonctions harmoniques du temps (cf. POINCARÉ, *Théorie des Marées*, § 132).

Pour chaque canal partiel on obtient alors une équation différentielle qu'on sait intégrer, et il est facile d'établir les formules de récurrence qui permettent d'étudier le canal de rang $i + 1$ quand on a fait l'étude du canal de rang i .

Comme cette méthode n'a pas encore donné lieu à des calculs détaillés, il nous a paru intéressant de l'appliquer à deux canaux

dont les dimensions sont très différentes : la mer Rouge, qui a 1975^{km} de longueur entre Shadwan et Périn, et dont la profondeur dépasse 1000^{m} dans la région centrale; et le golfe de Suez, long de 300^{km} et profond de 45^{m} en moyenne.

Entre Suez et Assab, c'est-à-dire sur une longueur de 2200^{km} environ, alors que les amplitudes des diverses marées atteignent dans certaines régions 30^{cm} , les différences « observation-calcul » que nous trouvons, sont en moyenne de 2^{cm} ; et, comme elles ne présentent pas un caractère systématique, on peut conclure, d'une part, que la méthode employée est très satisfaisante; et, d'autre part, que le frottement ne joue pas un rôle appréciable dans les marées de la mer Rouge; il n'en a pas davantage dans celles du golfe de Suez, qui est cependant peu profond.

Un autre résultat, important à signaler, c'est l'accord jusqu'à Périn (inclus) entre les heures cotidales calculées et observées pour toutes les ondes.

A Périn, l'amplitude calculée de la marée semi-diurne est d'accord avec l'amplitude observée. Mais l'amplitude calculée de la marée diurne ne dépasse pas le centimètre, tandis que l'amplitude observée atteint 35^{cm} pour l'onde principale K_1 .

Si l'on admet la théorie de Harris ces résultats peuvent s'expliquer de la façon suivante : il y a une résonance suffisante de la mer Rouge et de l'océan Indien avec la période semi-diurne, c'est pourquoi nous avons pu obtenir un nombre satisfaisant pour la marée semi-diurne à Périn. Au contraire, avec la période diurne, l'océan Indien seul est en bonne résonance et non la mer Rouge.

De là une variation rapide pour l'amplitude de la marée diurne dans le détroit qui réunit ces deux bassins, variation que la méthode de fractionnement en canaux partiels, applicable seulement à une mer étroite, se trouve impuissante à déceler.

Toutefois nous avons le projet d'appliquer cette méthode à l'étude des marées dans des mers fermées, plus larges que la mer Rouge, dans lesquelles l'existence de points amphidromiques n'a pas été constatée. La comparaison des résultats du calcul à ceux de l'observation fera connaître la grandeur de l'erreur commise en négligeant la force centrifuge composée.

Objets des divers Chapitres. — Le premier Chapitre de ce

Mémoire contient toutes les données des observations : constantes harmoniques, profondeurs de la mer, potentiel.

Dans le deuxième Chapitre, on trouvera l'étude des marées de la mer Rouge par la méthode de Ritz, en partant des données de Périm.

Au troisième Chapitre, nous exposons la méthode de fractionnement en canaux de profondeur constante, et l'appliquons à la mer Rouge, en partant des données de Shadwan.

Vient ensuite une série d'études sur les modifications apportées aux résultats, soit qu'on augmente le nombre des canaux partiels, soit qu'on supprime le potentiel générateur, soit qu'on change la valeur adoptée pour la profondeur moyenne d'un ou de plusieurs canaux, soit enfin qu'on fasse varier la largeur.

Le quatrième Chapitre est consacré à l'étude des marées du golfe de Suez, en prenant les constantes harmoniques de Suez comme point de départ.

Un paragraphe est réservé au calcul de la profondeur moyenne d'un golfe à l'aide des constantes harmoniques d'une onde déterminée, observées dans deux stations quelconques du golfe.

Des graphiques représentent la variation des marées des six ondes principales le long de la mer Rouge et du golfe de Suez; à la suite de nos conclusions figure un Appendice contenant des tableaux numériques qui permettent de vérifier les résultats obtenus dans ce Mémoire.

En terminant cette préface, nous tenons à exprimer toute notre reconnaissance à M. Fichot, Directeur du Service hydrographique de la Marine française, qui a bien voulu nous communiquer des renseignements extrêmement précieux, et à M. Simonin, Astronome à l'Observatoire de Paris, qui a eu la bonté de vérifier les principaux résultats de ce travail.

A l'Institut des Marées anglais et aux Services hydrographiques américain et italien nous adressons également nos meilleurs remerciements pour les documents qu'ils ont eu l'obligeance de nous envoyer.

CHAPITRE I.

DONNÉES DE L'OBSERVATION.

Nous réunissons dans ce Chapitre toutes les données d'observations qui sont nécessaires à l'étude de la variation de la marée dans la mer Rouge.

Dans un premier tableau figurent les constantes harmoniques des six ondes principales M_2 , S_2 , N_2 , K_1 , O_1 , P_1 pour toutes les stations où les ingénieurs hydrographes de la Marine royale italienne ont placé des marégraphes.

On trouvera groupées dans un second tableau les distances à Périm et à Shermshéik d'un certain nombre de points de l'axe de la mer Rouge, les largeurs et les profondeurs moyennes de la mer en ces points, ainsi que leurs coordonnées géographiques.

Un troisième tableau contient les quantités relatives au potentiel générateur des six ondes envisagées.

1. Constantes harmoniques. — Tous les renseignements numériques relatifs aux constantes harmoniques des six ondes principales ont été tirés du tableau donné à la page 139 de l'important Mémoire du professeur Francesco Vercelli ⁽¹⁾.

On y trouve, pour chacune de ces ondes, l'amplitude et le retard de la marée sur sa lune fictive, déterminées par l'analyse harmonique au moyen des hauteurs qu'ont enregistrées les marégraphes dans les stations suivantes : *Suez*, *Zafarana*, *Ras Gharib*, *Tor*, *Asharafi*, *Shadwan*, *Koseir*, *Gidda*, *Port Sudan*, *Massaua*, *Kamaran*, *Assab*, *Djibouti*, *Aden*.

Parmi ces stations, les cinq premières sont situées dans le golfe de Suez; les autres, jusqu'à Assab incluse, s'échelonnent le long de la mer Rouge. Aden et Djibouti sont des ports de l'océan Indien.

Comme amplitude A d'une marée pour la station N , nous avons adopté la moyenne des déterminations particulières obtenues au cours de plusieurs séries.

⁽¹⁾ *Annales hydrographiques de la Marine royale italienne*, vol. XI.

Étant donné le bon accord de ces valeurs particulières, on peut conclure que les amplitudes des diverses marées sont connues à 1^{cm} près.

Pour chaque marée, nous avons également adopté comme retard la moyenne des retards observés.

Si l'on prend pour origine du temps, exprimé en heures moyennes, le passage de la lune fictive au méridien de Greenwich, et qu'on pose

$$\alpha = M_2^0 - \lambda \text{ longitude est.}$$

pour les ondes semi-diurnes, et

$$\alpha = K_1^0 - \text{longitude est.}$$

pour les ondes diurnes, on sait que l'expression de la marée prend la forme $A \cos(ct - \alpha)$, c étant la vitesse angulaire de l'onde considérée, et α , sa phase au temps initial.

On trouvera dans le tableau ci-joint, en face de chaque station, les valeurs de l'amplitude, du retard et de la phase α des six marées principales.

Nous avons ajouté les données analogues relatives à Périn, que M. Courtier, de la section des Marées au Service hydrographique de la Marine, a eu l'obligeance de nous communiquer.

Comme, d'autre part, l'amplitude et le retard de l'onde P_1 , à Suez, manquent dans le tableau du professeur Vercelli, nous avons adopté pour l'amplitude le nombre donné dans le *Manual of Tides* américain pour 1904, p. 350. Pour P_1^0 à Suez nous avons adopté la valeur de K_1^0 dans la même station. Nous donnons au Chapitre IV (§ 24) les raisons qui ont motivé ce choix.

TABLEAU I.

Stations.	Lon- gitude.	Onde M.		Onde S.		Onde N.		Onde K.		Onde O.		Onde P.	
		A.	M. ⁰ . α.	A.	S. ⁰ . α.	A.	N. ⁰ . α.	A.	K. ⁰ . α.	A.	O. ⁰ . α.	A.	P. ⁰ . α.
Suez.....	32,5	0,560	342 277	0,140	7 302	0,180	313 248	0,050	190 157,5	0,010	216 183,5	0,015	190 157,5
Zafarana....	32,7	424	345 280	127	4 299	136	315 250	—	—	11	232 199	—	—
Ras Gharib. 33,1	182	340	274	70	8 302	58	310 244	30	—	18	190 157	10	—
Tor.....	33,7	78	271 204	19	296 229	25	242 175	38	197 163,5	15	192 158,5	12	197 163,5
Asharafi....	33,7	134	184 117	40	212 145	43	155 88	23	201 167,5	16	187 153,5	8	201 167,5
Shadwan...	34,0	251	185 117	10	212 141	80	155 87	23	202 168	7	212 178	8	202 168
Koseir.....	34,2	219	180 112	55	205 137	66	150 82	20	192 158	20	226 192	7	192 158
Gidda.....	39,1	74	202 124	9	236 158	22	182 104	39	236 187	18	186 147	13	226 187
Port Sudan.	37,2	9	278 204	10	330 256	3	248 174	23	207 170	21	215 178	8	207 170
Massawa....	39,4	334	46 327	124	51 332	93	14 295	23	203 164	19	222 183	13	209 170
Kamaran....	42,4	338	28 303	89	56 331	92	8 283	17	76 34	8	182 140	5	76 34
Assab.....	42,8	78	358 272	30	257 171	22	352 266	181	18 335	62	28 345	60	18 335
Périn.....	43,3	366	226 139	171	242 155	105	226 139	351	33 350	180	36 353	110	30 347
Djibouti....	43,0	530	220 134	230	239 153	—	—	410	30 347	200	35 352	130	30 347
Aden.....	45,0	0,478	226 136	0,209	247 157	0,134	221 131	0,398	35 350	0,200	37 352	0,120	31 346

N. B. — Les amplitudes sont exprimées en mètres.

2. **Distances et profondeurs.** — Nous avons adopté comme axe principal de la mer Rouge l'axe II de Blondel, qui correspond à une ligne également distante, à très peu près, des deux bords.

Nous avons adopté en outre les 18 sections perpendiculaires à l'axe en lesquelles Blondel a partagé cette mer, et dont il a mesuré avec le plus grand soin les distances x à Périm ainsi que les largeurs l .

Comptée sur l'axe, la longueur x_0 de la mer Rouge entre Périm et Shermshelik est 0,3095 rayons terrestres, soit 1975^{km} (1 rayon terrestre = 6367400^m (1)).

Nous avons d'autre part tracé sur une carte à grande échelle les sections passant par les stations d'observations, et mesuré, au millimètre près, les distances de ces sections aux sections primitives immédiatement voisines, ce qui nous a permis d'obtenir, avec une approximation de 4 à 5^{km}, les abscisses de ces sections. Ce sont, en rayons terrestres, et pour la mer Rouge proprement dite :

Stations.	Assab.	Kamaran.	Massaua.	Port Sudan.	Gidda.	Koseir.	Shermsheik.
Distance x à Périm.	0 ^R ,0090	0 ^R ,0430	0 ^R ,0773	0 ^R ,1562	0 ^R ,1781	0 ^R ,2828	0 ^R ,3095

Dans ce qui suit nous appellerons X les distances comptées sur l'axe en prenant comme origine Shermshelik. On a par conséquent

$$X = 0,3095 - x.$$

Au sujet des profondeurs, Blondel ne donne pas de renseignements précis sur sa façon d'évaluer leurs valeurs moyennes le long des diverses sections. La carte publiée dans le *Manual of Tides* américain, pour 1900, contient assez peu de sondages.

Sans doute cette évaluation comporte une notable incertitude; mais cette incertitude diminue dans le cas où les profondeurs sont inférieures à 100^m environ.

A cause du rôle capital joué par les profondeurs dans la théorie des marées, nous avons jugé utile d'accumuler le plus d'indications possibles.

Grâce à la bienveillante autorisation de M. Fichot, nous avons

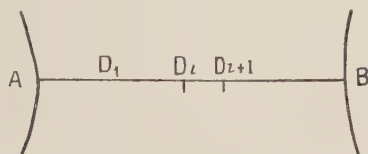
(1) Cette valeur du rayon terrestre a été prise dans Blondel, p. 28.

pu consulter au Service hydrographique de la Marine les cartes de la mer Rouge contenant les sondages les plus récents.

Voici comment nous avons procédé pour le calcul de la profondeur moyenne relative à une section donnée AB.

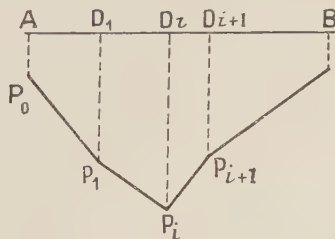
Ayant placé une règle divisée en millimètres le long de cette section, nous avons relevé les divers sondages $h_1, \dots, h_i, h_{i+1}, \dots, h_n$ indiqués sur la carte entre A et B, en des

Fig. 1.



points $D_1, \dots, D_i, D_{i+1}, \dots, B$, dont les distances comptées à partir de A sont respectivement : $y_1, y_i, y_{i+1}, \dots, d$. Si l'on considère la figure polygonale $AP_0, \dots, P_i, P_{i+1}, \dots, B$ ainsi

Fig. 2.



obtenue dans la section verticale passant par AB, on peut écrire, d'après la définition de la moyenne,

$$(1) \quad h_m = \frac{1}{d} \int_0^d h \, dy.$$

C'est ce nombre que nous avons adopté comme profondeur moyenne de la mer dans la section AB.

Des relevés analogues ont été faits pour les 18 sections, et M. Gougenheim, Ingénieur hydrographe de la Marine, a eu l'obligeance de les vérifier.

TABLEAU II.

(1). N ^o .	(2). x.	(3). L.	(4). h _B .	(5). σ _B .	(6). φ.	(7). ψ.	(8). h _m .	(9). σ _m .	(10). X.	(11). N ^o .	(12). Sondages.
1...	0,0000	0,0013	0,0000078	0,00000034	12,65	43,33	0,0000064	0,000000028	0,3095	18	1
2...	74	104	78	81	13	43,14	57	59	3021	17	8
3...	268	199	78	155	14	42,55	75	150	2827	16	13
4...	462	297	220	652	15	42,00	178	529	2633	15	14
5...	676	509	283	1439	16	41,23	339	1724	2419	14	21
6...	881	527	393	2072	17	40,60	488	2171	2214	13	20
7...	1076	453	518	2345	18	40,14	603	2730	2019	12	11
8...	1279	459	487	2235	19	39,57	723	3319	1816	11	11
9...	1409	420	487	2045	19,38	38,90	717	3013	1686	10	13
10...	1551	422	911	3846	20	38,38	1134	4785	1544	9	13
11...	1727	337	1668	3596	21	38,18	1142	3849	1368	8	12
12...	1900	371	1057	3848	22	38,00	1188	4408	1195	7	8
13...	2094	402	974	3912	23	37,57	979	3634	1001	6	9
14...	2355	342	974	3329	24	36,44	1234	4221	740	5	6
15...	2537	339	895	3032	25	35,08	979	3318	558	4	6
16...	2734	308	942	2902	26	35,47	1185	3551	361	3	5
17...	2925	278	911	2530	27	34,89	1182	3287	170	2	7
18...	0,369	0,0209	0,0000518	0,000001083	27,80	34,38	0,0000666	0,000001392	0,0000	1	13

Dans le Tableau II, figurent les profondeurs moyennes h_m calculées par la formule (1). On y trouve également les profondeurs moyennes h_B de Blondel, ainsi que les abscisses et les largeurs des 18 sections (cf. BLONDEL, p. 27). Ces diverses quantités sont exprimées en rayons terrestres.

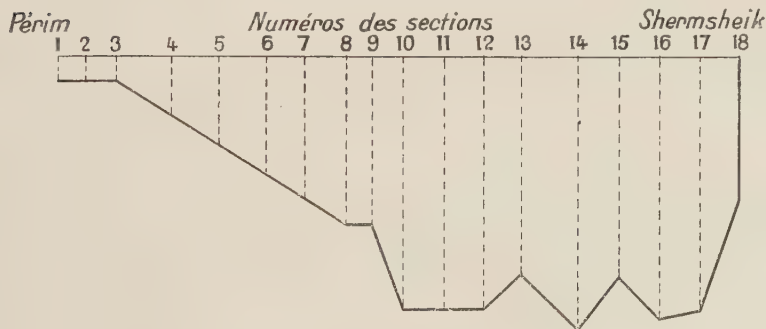
La colonne (1) contient les numéros d'ordre des sections, en prenant Périn comme origine;

- » (2), l'abscisse x , comptée à partir de Périn;
- » (3), la largeur l ;
- » (4), la profondeur h_B ;
- » (5), la surface $\sigma_B = l \times h_B$;
- » (6), la latitude géographique φ ;
- » (7), la longitude ψ (à l'est de Greenwich);
- » (8), la profondeur h_m ;
- » (9), la surface $\sigma_m = l \times h_m$;
- » (10), l'abscisse X comptée à partir de Shermshaik;
- » (11), les numéros d'ordre des sections en prenant Shermshaik comme origine;
- » (12), le nombre des sondages qui ont servi à la détermination des profondeurs h_m .

Il ressort du Tableau II que les profondeurs h_m sont en moyenne supérieures de 100^m environ aux profondeurs h_B entre les sections 7 et 18 (origine Périn).

La courbe suivante représente la variation de la profondeur

Fig. 3.



moyenne h_m , entre Périn et Shermshaik.

L'échelle adoptée est 1000 fois plus grande pour les profondeurs que pour les abscisses.

Profondeur moyenne dans un canal partiel. — Dans la portion de la mer limitée par les sections d'abscisses x_n et x_k , la largeur moyenne L_m est donnée par la formule

$$(2) \quad L_m = \frac{\int_{x_n}^{x_k} l \, dx}{x_k - x_n}.$$

D'autre part le volume de ce canal partiel est

$$(3) \quad V = \int_{x_n}^{x_k} \sigma \, dx.$$

Par suite la profondeur moyenne H_m dans ce canal est la hauteur d'un parallélépipède droit ayant pour base le rectangle dont les dimensions sont $x_k - x_n$ et L_m .

On a donc

$$H_m \times L_m \times (x_k - x_n) = V.$$

D'où, en remplaçant L_m et V par les valeurs (2) et (3),

$$(4) \quad H_m = \frac{\int_{x_n}^{x_k} \sigma \, dx}{\int_{x_n}^{x_k} l \, dx}.$$

Nous ferons usage de cette formule au Chapitre III.

3. Potentiel. — Nous rappelons que le potentiel générateur d'une onde est de la forme

$$(5) \quad \frac{W}{g} = U. G. C. \cos(ct + z),$$

U est le coefficient universel $\frac{3}{2} \frac{M}{E} \left(\frac{a}{e}\right)^3 a$; il est égal à 0^m,536;

G est un coefficient égal à $\cos^2 \varphi$ pour les marées semi-diurnes, et à $\sin^2 \varphi$ pour les marées diurnes, φ étant la latitude géographique;

C est le coefficient astronomique; l'onde correspondante est souvent désignée par la lettre C ;

c est la vitesse angulaire de l'onde;

z est la phase au temps initial.

Si l'on prend pour origine du temps, exprimé en heures moyennes, le passage de la lune fictive au méridien de Greenwich, on a pour les six ondes principales :

	$\frac{W}{g}$	Valeurs moyennes.	Vitesse angulaires ou $\lambda \sqrt{-1}$.
(6) $\left\{ \begin{array}{l} M_2 \dots \overset{m}{0,536} M_2 \cos^2 \varphi \cos(m_2 t - 2\psi) \\ S_2 \dots \dots 0,536 S_2 \cos^2 \varphi \cos(s_2 t - 2\psi) \\ N_2 \dots \dots 0,536 N_2 \cos^2 \varphi \cos(n_2 t - 2\psi) \\ K_1 \dots \dots 0,536 K_1 \sin 2\varphi \cos(k_1 t - \psi) \\ O_1 \dots \dots 0,536 O_1 \sin 2\varphi \cos(o_1 t - \psi) \\ P_1 \dots \dots 0,536 P_1 \sin 2\varphi \cos(p_1 t - \psi) \end{array} \right.$		$M_2 = 0,45426$ $S_2 = 0,21137$ $N_2 = 0,08796$ $K_1 = 0,26522$ $O_1 = 0,18856$ $P_1 = 0,08775$	$m_2 = 28,9841042$ $s_2 = 30,0000000$ $n_2 = 28,4397296$ $k_1 = 15,0410686$ $o_1 = 13,9430356$ $p_1 = 14,9589314$

ψ est la longitude comptée positivement à l'ouest de Greenwich.

Blondel a calculé les fonctions

$$\cos^2 \varphi \sin 2\psi, \quad \cos^2 \varphi \cos 2\psi, \quad \sin \psi \sin 2\varphi, \quad \cos \psi \sin 2\varphi,$$

pour les 18 sections de la mer Rouge, et il a constaté que ces expressions peuvent se mettre sous la forme approchée $A + Bx + Cx^2$.

Les coefficients A, B, C, calculés par la méthode des moindres carrés, ont pour valeurs :

	A.	B.	C.
(7) $\left\{ \begin{array}{l} \cos^2 \varphi \sin 2\psi \dots \dots \dots -0,9100 \\ \cos^2 \varphi \cos 2\psi \dots \dots \dots +0,0607 \\ \sin 2\varphi \sin \psi \dots \dots \dots -0,2855 \\ \sin 2\varphi \cos \psi \dots \dots \dots +0,3182 \end{array} \right.$	$-0,9100$ $+0,0607$ $-0,2855$ $+0,3182$	$+0,275$ $+0,928$ $-1,019$ $+1,182$	$+1,362$ $-0,658$ $+1,431$ $+0,009$

Quand on remplace dans l'expression (5) les quantités qui figurent au second membre par leurs valeurs tirées des tableaux (6) et (7), on trouve pour B et C les fonctions harmoniques suivantes :

	B.	C.
(8) $\left\{ \begin{array}{l} M_2 \dots \dots \overset{m}{0,236} \cos(m_2 t - 16,5^\circ) \\ S_2 \dots \dots \dots 0,110 \cos(s_2 t - 16,4^\circ) \\ N_2 \dots \dots \dots 0,046 \cos(n_2 t - 16,5^\circ) \\ K_1 \dots \dots \dots 0,222 \cos(k_1 t - 319,2^\circ) \\ O_1 \dots \dots \dots 0,157 \cos(o_1 t - 319,1^\circ) \\ P_1 \dots \dots \dots 0,074 \cos(p_1 t - 319,4^\circ) \end{array} \right.$	$\overset{m}{0,236} \cos(m_2 t - 16,5^\circ)$ $0,110 \cos(s_2 t - 16,4^\circ)$ $0,046 \cos(n_2 t - 16,5^\circ)$ $0,222 \cos(k_1 t - 319,2^\circ)$ $0,157 \cos(o_1 t - 319,1^\circ)$ $0,074 \cos(p_1 t - 319,4^\circ)$	$\overset{m}{0,368} \cos(m_2 t - 115,8^\circ)$ $0,171 \cos(s_2 t - 115,7^\circ)$ $0,071 \cos(n_2 t - 115,8^\circ)$ $0,203 \cos(k_1 t - 90^\circ)$ $0,145 \cos(o_1 t - 90^\circ)$ $0,067 \cos(p_1 t - 90^\circ)$

Ces expressions, sauf celles de B et de C pour les ondes K_1 et O_1 , concordent avec celles que Blondel a données à la page 52 de son Mémoire.

Si l'on utilise les abscisses X , qui sont égales à $0,3095 - x$, $\frac{W}{g}$ s'écrit

$$A + B(0,3095 - X) + C(0,3095 - X)^2.$$

Appelons B' le coefficient de X ; on a $B' = -B - 2C \times 0,3095$, et par suite pour les diverses ondes

B' .

$$(9) \quad \begin{cases} M_2 \dots\dots\dots 0,300 \cos(m_2 t - 245^\circ) \\ S_2 \dots\dots\dots 0,139 \cos(s_2 t - 244,9) \\ N_2 \dots\dots\dots 0,059 \cos(n_2 t - 244,8) \\ K_1 \dots\dots\dots 0,169 \cos(k_1 t - 173,6) \\ O_1 \dots\dots\dots 0,120 \cos(o_1 t - 173,8) \\ P_1 \dots\dots\dots 0,056 \cos(p_1 t - 172,9) \end{cases}$$

Au cours de ce travail nous nous servirons des valeurs de $\frac{-\lambda^2}{g}$ pour les six ondes principales. Nous connaissons $\lambda\sqrt{-1}$ par le tableau (6); d'autre part, on a $g = 19,957$ (cf. BLONDEL, p. 28), ce qui donne pour les $\log \frac{-\lambda^2}{g}$ les nombres suivants :

$$(10) \quad \begin{cases} \text{Pour } M_2 \dots\dots\dots \log \frac{-\lambda^2}{g} = 5,10798 \\ \quad \text{» } S_2 \dots\dots\dots \quad \quad \quad = 2,13791 \\ \quad \text{» } N_2 \dots\dots\dots \quad \quad \quad = 2,09152 \\ \quad \text{» } K_1 \dots\dots\dots \quad \quad \quad = 3,53822 \\ \quad \text{» } O_1 \dots\dots\dots \quad \quad \quad = 3,47238 \\ \quad \text{» } P_1 \dots\dots\dots \quad \quad \quad = 3,53347 \end{cases}$$

CHAPITRE II.

MÉTHODE DE RITZ.

Étude des Marées de la mer Rouge par la méthode de Ritz.

4. Puisque la mer Rouge peut être assimilée à un canal, nous rappelons que la marée ζ s'obtient en résolvant l'équation différentielle du second ordre,

$$(11) \quad \frac{d}{dx} \left(\sigma \frac{d\varphi}{dx} \right) = \frac{l}{g} (\lambda^2 \varphi - W)$$

dans laquelle x , σ , l , g , λ^2 , W ont la même signification qu'au Chapitre précédent; φ , qui n'a aucun rapport avec le φ du Chapitre I, est la fonction cotidale reliée à la marée ζ par la formule

$$(12) \quad \frac{\lambda^2 \varphi - W}{g} = \zeta.$$

La fonction φ est assujettie à certaines conditions. Si, comme l'a fait Blondel, on adopte Périm pour point de départ, ζ , et par suite φ , sont données en ce point par les observations. La seconde condition s'obtient en écrivant que sur la paroi terminale, à l'extrémité nord de la mer Rouge, le déplacement est nul, c'est-à-dire que l'on a

$$(13) \quad \frac{d\varphi}{dx} = 0 \quad \text{pour } x = x_0.$$

Si l'on emploie pour résoudre l'équation (11) la méthode de Ritz, dont M. Plancherel ⁽¹⁾ a démontré l'exactitude dans tous les cas, on doit rendre minimum l'intégrale

$$\int_0^x \left[\sigma \varphi'^2 + l \frac{\lambda^2}{g} (\lambda^2 \varphi - W)^2 \right] dx.$$

Posons, avec Blondel,

$$\varphi = \psi - \frac{g[\zeta] + [W]}{\lambda^2} = \psi + \Delta,$$

$[\zeta]$ et $[W]$ sont la marée et le potentiel à Périm.

Nous aurons donc à annuler la variation première de

$$(14) \quad I = \int_0^{x_0} \left[\sigma \psi'^2 + l \frac{\lambda^2}{g} \psi^2 - 2\psi \left(l \frac{W}{g} - l \frac{\lambda^2 \Delta}{g} \right) \right] dx$$

et puisque $\frac{W}{g}$ peut se mettre sous la forme $A + Bx + Cx^2$ tout le long de l'axe principal de la mer Rouge, il vient

$$\frac{W}{g} - \frac{\lambda^2 \Delta}{g} = Bx + Cx^2 - [\zeta]$$

si, dans l'intégrale (14), on remplace la fonction ψ par $\Sigma \alpha_i \sin \mu_i x$,

⁽¹⁾ *Bull. des Sc. math.*, 1923, p. 376.

où $\mu_i = \frac{2i+1}{2x_0} \pi$, les conditions du problème se trouvent satisfaites, puisque $\varphi = 0$ pour $x = 0$, $\varphi' = 0$ pour $x = x_0$, et l'expression entre crochets devient

$$\sum \Sigma z_i z_k X_{ik} - 2 \sum z_i Y_i,$$

en posant

$$X_{ik} = \sigma \mu_i \mu_k \cos \mu_i x \cos \mu_k x + l \frac{\lambda^2}{g} \sin \mu_i x \sin \mu_k x,$$

$$Y_i = l \left[Bx + Cx^2 - \left[\frac{x}{2} \right] \right] \sin \mu_i x.$$

Pour calculer l'intégrale (14), il faut donc calculer les intégrales définies suivantes :

$$(15) \quad \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{ik} = \int_0^{x_0} \sigma(x) \cos \mu_i x \cos \mu_k x \, dx, \\ l_{ik} = \int_0^{x_0} l(x) \sin \mu_i x \sin \mu_k x \, dx, \\ l_i = \int_0^{x_0} l(x) \sin \mu_i x \, dx, \\ l'_i = \int_0^{x_0} l(x) x \sin \mu_i x \, dx, \\ l''_i = \int_0^{x_0} l(x) x^2 \sin \mu_i x \, dx. \end{array} \right.$$

Ces calculs doivent être effectués pour toutes les valeurs de i et de k qui entrent dans l'approximation adoptée.

Ainsi que l'a remarqué Blondel, le nombre des intégrales (15) à calculer est un peu diminué, car on a les relations

$$2 \cos \mu_i x \cos \mu_k x = \cos(i-k) \frac{\pi x}{x_0} + \cos(i+k+1) \frac{\pi x}{x_0},$$

$$2 \sin \mu_i x \sin \mu_k x = \cos(i-k) \frac{\pi x}{x_0} - \cos(i+k+1) \frac{\pi x}{x_0}.$$

Si l'on adopte pour la fonction ψ la forme

$$(16) \quad \psi = \alpha_0 \sin \mu_0 x + \alpha_1 \sin \mu_1 x + \alpha_2 \sin \mu_2 x + \alpha_3 \sin \mu_3 x + \alpha_4 \sin \mu_4 x,$$

il faut faire dans les intégrales précédentes i et k égaux à 0, 1, 2, 3, 4, ce qui porte à 35 le nombre des intégrales définies à calculer.

Au lieu d'employer le procédé graphique de Blondel, nous

avons calculé les intégrales (15), qui sont de la forme $\int_0^{x_0} E(x) dx$, en faisant la somme des aires des trapèzes élémentaires limités par les ordonnées $E(x_i)$, $E(x_{i+1})$, correspondant aux points d'abscisses x_i , x_{i+1} . Ces trapèzes sont au nombre de 17 dans chaque intégrale quand on adopte la division de la mer Rouge en 18 sections.

A part de légères différences n'excédant pas quelques unités du dernier ordre conservé dans les calculs, nous nous sommes trouvée en accord avec Blondel sur tous les nombres contenus dans la page 48 de son Mémoire, sauf toutefois en ce qui concerne $\mu_1 \mu_3 \sigma_{13}$ qui est égal à $-10^{-7} \times 503$ et non à $-10^{-7} \times 50$.

Le Tableau III de l'Appendice contient les résultats de nos propres calculs.

5. Calcul des α_i . — Les équations qui déterminent les inconnues α_i , et qu'on obtient en annulant les dérivées partielles du premier ordre de l'intégrale définie (14), prises par rapport aux α_i , sont

$$(17) \quad \sum_k \left(\mu_i \mu_k \sigma_{ik} + \frac{\lambda^2}{g} l_{ik} \right) \alpha_k = -[\zeta] l_i + B l'_i + C l''_i.$$

Nous connaissons toutes les quantités qui entrent dans ces équations, y compris les valeurs de $\frac{\lambda^2}{g}$ pour les six ondes principales (voir Chap. I).

A cause de l'erreur que nous venons de mentionner, le coefficient de α_3 dans la deuxième de ces équations et par suite son égal, le coefficient de α_1 dans la quatrième, se trouvent modifiés pour toutes les ondes.

Voici les valeurs obtenues pour les coefficients des équations (17) relatives aux ondes M_2 , S_2 , N_2 , K_1 , O_1 , P_1 . (Ces coefficients sont, dans l'ordre indiqué, ceux de α_0 , α_1 , α_2 , α_3 , α_4 dans la première équation, puis ceux de α_1 , α_2 , α_3 , α_4 dans la deuxième, puis ceux de α_2 , α_3 , α_4 dans la troisième, etc. On peut former avec ces coefficients le tableau triangulaire suivant que l'on complètera par symétrie. C'est le premier tableau de la page 49 de Blondel, rectifié.)

TABLEAU III.

	M ₂ .	S ₂ .	N ₂ .	K ₁ .	O ₁ .	P ₁ .
Λ ₀	— 635	— 685	— 609	— 121	— 94	— 119
B.....	— 252	— 260	— 248	— 169	— 165	— 169
C.....	— 44	— 41	— 46	— 76	— 78	— 76
D.....	— 27	— 28	— 26	— 14	— 13	— 14
E.....	0	5	— 2	— 50	— 53	— 51
A ₁	108	53	137	674	703	676
F.....	— 536	— 542	— 533	— 472	— 469	— 472
G.....	— 407	— 401	— 412	— 477	— 481	— 478
H.....	169	173	167	127	124	126
Λ ₂	1568	1516	1595	2095	2123	2098
J.....	— 871	— 872	— 870	— 863	— 863	— 863
K.....	— 641	— 633	— 645	— 721	— 726	— 722
A ₃	4128	4077	4154	4644	4671	4646
M.....	— 1484	— 1484	— 1484	— 1487	— 1487	— 1487
A ₄	6942	6893	6968	7447	7473	7449

Dans les seconds membres des équations (17) les coefficients de [ζ], B, C sont les mêmes pour toutes les ondes; ce sont les valeurs des l_i , l'_i , l''_i multipliées par une puissance convenable de 10.

TABLEAU IV.

	[ζ].	B.	C.
1 ^{re} équation.....	— 72100	13510	2905
2 ^e »	— 35700	560	— 750
3 ^e »	— 12000	— 370	24
4 ^e »	— 6200	120	— 20
5 ^e »	3300	— 720	— 80

On voit d'après ce tableau que le coefficient de [ζ] dans la 5^e équation est égal à 3300 et non à — 3300 comme dans le tableau correspondant de Blondel (page 49).

Au cours d'une première lecture, nous avons cru à une faute d'impression, mais il n'en est rien, car en adoptant pour l_3 la valeur erronée on retrouve bien les α_i de la page 50, pour l'onde M₂.

Après résolution, par élimination, des systèmes d'équations (17), nous avons obtenu pour les α_i des six ondes principales les valeurs ci-après.

TABLEAU V.

M₂.

$\alpha_0 = 73,19$	$[\zeta] - 42,10$	B — 12,18	C
$\alpha_1 = 92,93$	+ 47,60	+ 17,33	
$\alpha_2 = 38,74$	+ 21,61	+ 8,13	
$\alpha_3 = 18,38$	+ 10,03	+ 3,73	
$\alpha_4 = 5,72$	+ 2,87	+ 1,11	

S₂.

$\alpha_0 = 78,01$	$[\zeta] - 31,07$	B — 8,45	C
$\alpha_1 = 66,18$	+ 27,27	+ 10,04	
$\alpha_2 = 26,80$	+ 12,74	+ 4,96	
$\alpha_3 = 12,69$	+ 5,87	+ 2,26	
$\alpha_4 = 3,95$	+ 1,67	+ 0,68	

N₂.

$\alpha_0 = 61,55$	$[\zeta] - 55,51$	B — 16,74	C
$\alpha_1 = 126,89$	+ 74,02	+ 26,53	
$\alpha_2 = 53,73$	+ 33,20	+ 12,17	
$\alpha_3 = 25,52$	+ 15,57	+ 5,67	
$\alpha_4 = 7,85$	+ 4,49	+ 1,68	

K₁.

$\alpha_0 = 425,13$	$[\zeta] - 64,13$	B — 12,08	C
$\alpha_1 = 97,66$	— 27,42	— 7,01	
$\alpha_2 = 44,00$	— 11,98	— 2,78	
$\alpha_3 = 21,39$	— 5,98	— 1,44	
$\alpha_4 = 10,17$	— 2,41	— 0,53	

O₁.

$\alpha_0 = 502,45$	$[\zeta] - 77,07$	B — 14,67	C
$\alpha_1 = 119,09$	— 30,27	— 7,50	
$\alpha_2 = 54,07$	— 13,33	— 3,02	
$\alpha_3 = 26,30$	— 6,64	— 1,56	
$\alpha_4 = 12,51$	— 2,76	— 0,59	

P₁.

$$\begin{aligned} z_0 &= 429,48 [\zeta] - 64,84 B - 12,23 C \\ z_1 &= 99,18 \quad - 27,62 \quad - 7,04 \\ z_2 &= 44,67 \quad - 12,06 \quad - 2,79 \\ z_3 &= 21,73 \quad - 6,03 \quad - 1,46 \\ z_4 &= 10,38 \quad - 2,45 \quad - 0,54 \end{aligned}$$

Le Tableau I de l'Appendice contient les résultats des vérifications pour tous les systèmes d'équations en α_i .

Dans les coefficients $[\zeta]$, B, C, les centièmes seront abandonnés dans les calculs ultérieurs, mais il faut en tenir compte pour les vérifications.

Nous insisterons sur l'une quelconque de ces vérifications, par exemple celle qui est relative à l'onde M₂, dans la 5^e équation.

Quand on remplace dans le premier membre les α_i par leurs valeurs en fonction de $[\zeta]$, B, C, on trouve que les coefficients finals de ces quantités résultent des opérations suivantes :

	55413	27968	10635
	—52108	—28736	—10746
Soit.....	3305	— 768	— 111
Pour.....	$[\zeta]$	B	C

On obtient pour les autres vérifications des résultats analogues.

Ainsi les coefficients de $[\zeta]$, B, C proviennent de différences entre des nombres d'un ordre respectivement 10 et 100 fois supérieur aux résultats. Cela semble indiquer que les équations en α_i sont voisines de l'indétermination.

On trouvera un peu plus loin (§ 8) une autre remarque venant à l'appui de cette hypothèse.

6. **Variation des éléments des six ondes principales.** — Mieux documentée que Blondel, puisque nous connaissons les valeurs exactes des constantes harmoniques des six ondes principales à Périm et dans plusieurs ports de la mer Rouge, nous sommes en mesure de comparer avec fruit les résultats fournis par la méthode de Ritz aux données de l'observation.

D'après la formule (12), on a, en remplaçant φ par sa valeur en fonction de ψ ,

$$\zeta = \frac{\lambda^2}{g^2} \psi \quad [\zeta] = \frac{[W] - W}{g}.$$

En tenant compte de la relation (16) et posant

$$\alpha_i = \delta_i [\zeta] + \beta_i B + \gamma_i C \quad (i = 0, 1, 2, 3, 4),$$

la valeur précédente de ζ s'écrit

$$(18) \quad \zeta = [\zeta] \left(1 + \frac{\lambda^2}{g^2} \Sigma \delta_i \sin \mu_i x \right) + B \left(-x + \frac{\lambda^2}{g^2} \Sigma B_i \sin \mu_i x \right) \\ + C \left(-x^2 + \frac{\lambda^2}{g^2} \Sigma \gamma_i \sin \mu_i x \right).$$

Pour chaque onde nous connaissons β_i , γ_i , δ_i (§ 3, Tableau V); B, C, [§ 3, formule (8)]; $\frac{\lambda^2}{g^2}$ [n° 3, formule (10)]. Du Tableau I (Chap. I), nous tirons les valeurs de ζ à Périn, soient

$$(19) \quad \begin{array}{l} [\zeta]. \\ \left\{ \begin{array}{ll} \text{Pour } M_2 \dots\dots\dots & 0,366 \cos(m_2 t - 139^\circ) \\ \text{» } S_2 \dots\dots\dots & 0,171 \cos(s_2 t - 155^\circ) \\ \text{» } N_2 \dots\dots\dots & 0,105 \cos(n_2 t - 139^\circ) \\ \text{» } K_1 \dots\dots\dots & 0,351 \cos(k_1 t - 350^\circ) \\ \text{» } O_1 \dots\dots\dots & 0,180 \cos(o_1 t - 353^\circ) \\ \text{» } P_1 \dots\dots\dots & 0,110 \cos(p_1 t - 347^\circ) \end{array} \right. \end{array}$$

Nous connaissons donc tous les éléments numériques qui entrent dans la formule (18). Remplaçons x successivement par les abscisses des 18 sections intermédiaires, ainsi que des sections relatives aux stations d'observations. Sur une section déterminée L, ζ se présente, tous calculs faits, sous la forme

$$\zeta_L = G \cos ct + G' \sin ct.$$

ou

$$\zeta_L = A \cos(ct - \alpha).$$

Les valeurs ainsi calculées pour les amplitudes A et pour les

heures cotidiales $\left(\frac{\alpha}{30} \text{ ou } \frac{\alpha}{15}, \text{ suivant que l'onde considérée est semi-diurne ou diurne}\right)$ font connaître la variation des marées des six ondes principales entre Périn et l'extrémité nord de la mer Rouge. Elles figurent dans le tableau ci-joint, et les calculs intermédiaires sont contenus dans le Tableau II de l'Appendice. Ces résultats sont traduits graphiquement par les courbes pointillées qui se trouvent à la fin du Chapitre IV.

TABLEAU VI. — *Méthode de Ritz.*

Variation de ζ le long de la mer Rouge pour les ondes principales.

Point de départ : *Périn.*

Sections et Stations.	M_2		S_2		N_2		K_1		O_1		P_1	
	A.	H. c.	A.	H. c.	A.	H. c.	A.	H. c.	A.	H. c.	A.	H. c.
Périn	cm 36,6	h 4,6	cm 17,1	h 5,2	cm 10,5	h 4,6	cm 35,1	h 23,4	cm 18,0	h 23,6	cm 11,0	h 23,1
2.....	24,1	4,9	12,9	5,3	5,9	5,0	30,2	23,3	15,3	23,5	9,4	23,1
Assab.....	21,9	5,1	12,0	5,4	5,0	5,1	29,4	23,3	15,0	23,5	9,1	23,1
3.....	14,1	8,5	4,3	7,1	6,5	9,5	18,5	23,3	9,4	23,4	5,8	23,1
Kamaran.....	30,0	9,4	6,6	9,6	12,7	9,8	10,8	23,1	5,4	23,1	3,3	23,0
4.....	32,4	9,5	7,4	9,7	13,7	9,9	9,4	23,1	4,5	23,1	2,8	22,9
5.....	40,4	9,7	10,4	10,1	16,3	10,0	3,3	22,7	4,3	22,1	1,0	22,4
Massaua.....	39,2	9,7	10,7	10,2	15,9	10,0	1,5	21,5	0,7	20,3	0,6	21,9
6.....	36,6	9,7	9,7	10,3	14,3	10,0	0,5	17,3	0,4	19,8	0,1	21,0
7.....	25,8	9,8	7,3	10,4	9,9	10,0	1,3	12,0	0,8	13,5	0,3	13,2
8.....	13,7	9,8	4,0	10,6	5,3	10,1	2,5	11,8	1,4	12,0	0,8	11,5
9.....	6,9	10,2	2,5	10,9	2,6	10,3	3,4	11,5	1,9	11,8	0,9	11,2
10.....	1,6	0,6	1,0	0,4	0,6	1,0	4,6	11,2	2,5	11,4	1,5	10,9
Port Sudan....	1,8	0,7	1,0	0,4	0,5	1,8	4,6	11,2	2,6	11,4	1,5	10,9
11.....	6,9	3,1	1,4	2,7	2,6	3,6	5,8	11,4	3,2	11,6	1,7	11,1
Gidda.....	8,5	3,2	1,8	3,3	3,4	3,7	6,3	11,3	3,5	11,6	2,0	11,0
12.....	12,3	3,4	2,7	3,5	5,1	3,8	6,9	11,4	3,8	11,5	2,1	11,3
13.....	19,0	3,5	4,7	3,9	7,7	3,9	7,8	11,2	4,4	11,4	2,4	11,0
14.....	26,9	3,6	7,4	4,4	10,9	3,9	8,4	11,2	4,8	11,4	2,6	11,0
15.....	31,4	3,7	7,7	4,2	12,7	3,9	9,0	11,2	5,0	11,5	2,8	11,0
16.....	34,5	3,7	8,7	4,2	14,1	3,9	9,6	11,2	5,6	11,4	3,2	11,0
Koseir.....	35,6	3,7	9,0	4,3	14,3	4,0	10,4	11,2	5,7	11,4	3,3	11,1
17.....	36,1	3,7	9,0	4,3	14,6	4,0	10,7	11,2	5,9	11,5	3,5	11,1
Shermsheik ...												
(ou Shadwan).	36,3	3,8	9,0	4,4	14,9	4,0	11,0	11,2	6,5	11,5	3,6	11,1

7. **Comparaison avec les observations.** — Comparons maintenant les amplitudes théoriques données par le Tableau VI, aux amplitudes observées dans les diverses stations (Chapitre I, Tableau I), et formons les résidus O-C; on obtient ainsi les nombres suivants (exprimés en centimètres) :

TABLEAU VII. — *Amplitudes.*

Stations.	M ₂ .	S ₂ .	N ₂ .	K ₁ .	O ₁ .	P ₁ .
	O — C.	O — C.	O — C.	O — C.	O — C.	O — C.
	cm	cm	cm	cm	cm	cm
	o	o	o	o	o	o
Périn (p ^t de départ)..	— 14,1	— 9,0	— 2,8	— 11,3	— 8,8	— 3,1
Assab.....	+ 2,8	+ 2,3	— 3,5	— 9,1	— 4,6	— 2,8
Massaua.....	— 5,8	+ 1,7	— 6,6	+ 0,8	+ 1,2	+ 0,7
Port Sudan.....	— 0,9	0,0	— 0,2	— 2,3	— 0,5	— 0,7
Gidda.....	— 1,1	— 0,9	— 1,2	— 2,4	— 1,7	— 0,7
Koseir.....	— 13,7	— 3,5	— 7,7	— 8,4	— 3,7	— 2,6
Shadwan.....	— 11,2	— 5,0	— 6,9	— 8,7	— 5,8	— 2,8
Σ(O — C).....	— 44,0	— 14,4	— 28,9	— 41,4	— 23,9	— 12,0
O — C _m	7,1	3,2	4,1	6,1	3,8	1,9

|O — C|_m est la moyenne des valeurs absolues des O — C pour une onde déterminée.

Nous donnons dans un second tableau les heures cotidales calculées et observées.

TABLEAU VIII. — *Heures cotidales.*

Stations.	M ₂ .		S ₂ .		N ₂ .		K ₁ .		O ₁ .		P ₁ .	
	Obs.	Cal.	Obs.	Cal.	Obs.	Cal.	Obs.	Cal.	Obs.	Cal.	Obs.	Cal.
	h	h	h	h	h	h	h	h	h	h	h	h
Périn.....	4,6	4,6	5,2	5,2	4,6	4,6	23,3	23,3	23,5	23,5	23,1	23,1
Assab.....	9,7	5,1	5,7	5,4	8,9	5,1	22,3	23,3	23,0	23,5	22,3	23,1
Kamaran.....	10,1	9,4	11,0	9,6	9,4	9,8	2,3	23,1	9,3	23,1	2,3	23,0
Massaua.....	10,9	9,7	11,1	10,2	9,8	10,0	10,9	21,5	12,2	20,3	11,3	21,9
Port Sudan.....	6,8	0,7	8,5	0,4	5,8	1,8	11,3	11,2	11,9	11,4	11,3	10,9
Gidda.....	4,1	3,2	5,3	3,3	3,5	3,7	12,5	11,3	10,6	11,6	12,5	11,0
Koseir.....	3,7	3,7	4,6	4,3	2,7	4,0	10,5	11,2	12,8	11,4	10,5	11,1
Shadwan.....	3,9	3,8	4,8	4,4	2,9	4,0	11,2	11,2	11,9	11,5	11,2	11,1

Nous remarquons sur le Tableau VII le caractère systématiquement négatif des résidus pour toutes les ondes; ils sont maxima en valeur absolue aux deux extrémités de la mer Rouge et minima dans la région comprise entre Kamaran et Gidda.

Pour les ondes semi-diurnes, la zone nodale voisine d'Assab est indiquée par le calcul au nord de sa position observée; la seconde zone nodale, voisine de Port Sudan, est donnée correctement par le calcul; toutefois l'heure cotidale calculée y est très différente de l'heure observée.

En ce qui concerne les ondes diurnes, la position du nœud résultant des calculs est au nord de la position observée.

En définitive les résultats qui viennent d'être obtenus par la méthode de Ritz sont assez satisfaisants, mais laissent subsister un doute quant au frottement.

8. **Changement de profondeurs.** — On peut se demander s'ils ne seraient pas améliorés en adoptant comme profondeurs moyennes des diverses sections les nombres h_m au lieu des nombres h_B (Chap. I, § 2).

C'est pourquoi nous avons repris le calcul des intégrales définies (15) qui contiennent les profondeurs, et résolu le système d'équations en α_i relatif à l'onde M_2 (Tableau III de l'Appendice).

Nous avons obtenu, tous calculs faits :

$$(20) \quad \begin{cases} \alpha_0 = 193,15[\zeta] + 97,09B + 35,38C \\ \alpha_1 = -148,61 & -228,74 & -77,17 \\ \alpha_2 = -62,47 & -96,09 & -32,18 \\ \alpha_3 = -31,02 & -47,66 & -15,99 \\ \alpha_4 = -11,96 & -18,73 & -6,26 \end{cases}$$

Si l'on compare ces nombres aux résultats correspondants du Tableau V (§ 5), on remarque que les coefficients de $[\zeta]$, B , C sont très différents dans les deux cas. Portons les α_i précédents dans la formule (18) (§ 6) qui donne la variation de ζ ; on trouve pour les amplitudes et les heures cotidales de la marée M_2 dans les diverses stations les nombres suivants :

Marée M₂.

	Assab.		Kamaran.		Massaua.		Port Sudan.	
	Calc.	Obs.	Calc.	Obs.	Calc.	Obs.	Calc.	Obs.
Amplitude..	58 ^{cm} ,3	7 ^{cm} ,8	131 ^{cm} ,2	32 ^{cm} ,8	126 ^{cm} ,0	33 ^{cm} ,4	6 ^{mc} ,8	0 ^{cm} ,9
II. cotidale..	3 ^h ,9	9 ^h ,7	3 ^h ,3	10 ^h ,1	3 ^h ,2	10 ^h ,9	9 ^h ,3	6 ^h ,8

	Gidda.		Koseir.		Shermsheik.	
	Calc.	Obs.	Calc.	Obs.	Calc.	Obs.
Amplitude..	34 ^{cm} ,5	7 ^{cm} ,4	130 ^{cm} ,7	21 ^{cm} ,9	134 ^{cm} ,2	25 ^{cm} ,1
II. cotidale..	9 ^h ,3	4 ^h ,1	9 ^h ,2	3 ^h ,7	9 ^h ,2	3 ^h ,9

Nous constatons un gros désaccord entre le calcul et l'observation.

Celui-ci n'indique plus qu'une région nodale au lieu de deux, et donne des amplitudes beaucoup trop fortes. A Shermsheik, l'heure cotidale calculée est à 6 heures de la réalité.

Ainsi, pour un changement assez médiocre dans les profondeurs adoptées, on trouve une discordance considérable dans les résultats; il semble d'après cela que les profondeurs h_m soient à rejeter.

Ces résultats troublants nous amènent à essayer l'emploi d'une méthode toute différente pour étudier les marées de la mer Rouge.

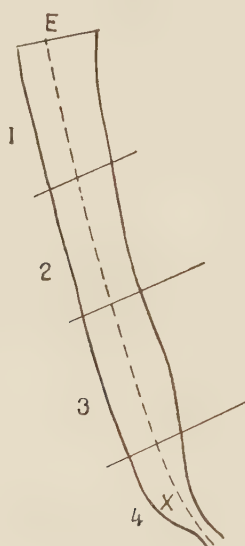
Comme, d'autre part, le régime de la marée varie très rapidement au voisinage immédiat de l'île de Périm, et que les données de l'observation sont peu nombreuses dans cette région, nous croyons plus rationnel d'adopter pour origine Shermsheik, extrémité nord fermée de la mer Rouge.

CHAPITRE III.

MÉTHODE DE FRACTIONNEMENT EN CANAUX DE PROFONDEUR CONSTANTE.

La méthode que nous allons employer pour étudier les marées dans un canal de largeur et de profondeur variables, fermé à l'une de ses extrémités E, consiste à assimiler ce canal à une suite de canaux 1, 2, 3, 4, ..., dont la profondeur est constante pour

Fig. 4.



chacun d'eux, mais varie d'un canal à l'autre, et dont la largeur est, ou constante, ou fonction exponentielle Se^{kX} de X, X étant la distance comptée à partir de E sur l'axe EX du canal.

On pourra toujours faire la subdivision de telle façon que dans chacun des canaux partiels le potentiel générateur $\frac{W_i}{g}$ d'une onde déterminée ait la forme $A_i + B_i'X + C_iX^2$, où A_i , B_i' , C_i sont des fonctions harmoniques du temps (cf. POINCARÉ, *Théories des Marées*, § 132). Dans ce qui suit nous supposons, pour simplifier,

qu'elles gardent les mêmes valeurs A, B', C tout le long du canal.

9. **Canal de largeur constante.** — Si dans l'équation différentielle rappelée au Chapitre précédent,

$$(11) \quad \frac{d}{dX} \left(\sigma \frac{d\varphi}{dX} \right) = \frac{l}{g} (\lambda^2 \varphi - W) \quad \text{où} \quad \sigma = lh,$$

on suppose constantes les quantités l et h , il vient en divisant les deux membres par l

$$\frac{d^2 \varphi}{dX^2} = \frac{1}{gh} (\lambda^2 \varphi - W).$$

Posons $\mu^2 = -\frac{\lambda^2}{gh}$ et remplaçons dans cette équation φ par $\frac{g\zeta + W}{\lambda^2}$; on obtient

$$\frac{d^2 \zeta}{dX^2} + \mu^2 \zeta + \frac{d^2}{dX^2} \left(\frac{W}{g} \right) = 0,$$

d'où nous tirons l'expression bien connue de la marée ζ

$$(21) \quad \zeta = U_i \cos \mu X + V_i \sin \mu X - \frac{2C}{\mu^2}.$$

Calcul des constantes d'intégration. — Les constantes d'intégration U_i et V_i se déterminent par les conditions aux limites.

Dans le canal I, dont l'extrémité E est fermée, on détermine U_i et V_i en écrivant d'une part, que pour $X=0$, ζ a une valeur ζ_E , d'où

$$(22) \quad U_i = \zeta_E + \frac{2C}{\mu_i^2}$$

et, d'autre part, que $\frac{d\varphi}{dX}$ est nul sur la paroi terminale E, d'où

$$(23) \quad V_i = -\frac{B'}{\mu_i},$$

U_i et V_i sont donc, comme ζ_E , B' , C, des fonctions harmoniques du temps.

Pour passer du calcul des constantes du premier canal au calcul

des constantes du second canal, ou, plus généralement, pour passer du calcul des constantes du canal i au calcul des constantes du canal $i + 1$, supposé de même largeur que le canal i , nous écrivons, qu'au point de jonction d'abscisse x_n des canaux i et $i + 1$, la fonction ζ a la même valeur, ou $\zeta_{i+1} = \zeta_i$, ce qui fournit une première relation entre U_{i+1} et V_{i+1} (¹).

Nous aurons la seconde relation en exprimant que la quantité de liquide qui arrive à la section d'abscisse X_n par le canal i est égale à celle qui s'écoule par le canal $i + 1$.

Or l'expression du liquide affluant à la section commune est $\sigma \frac{d\zeta}{dX}$. Comme la largeur l est la même pour les deux canaux, on a

$$\sigma_i = h_i l \quad \text{et} \quad \sigma_{i+1} = h_{i+1} l.$$

Évaluons $\frac{d\varphi}{dx}$. De la relation (21), et de la relation $\varphi = \frac{g\zeta - W}{\lambda^2}$, on tire aisément

$$\frac{d\varphi}{dX} = \frac{g}{\lambda^2} (-\mu U \sin \mu X + \mu V \cos \mu X) - \frac{g}{\lambda^2} (B' + 2CX).$$

De sorte que l'équation de continuité s'écrit, en divisant les deux membres par $\frac{g}{\lambda^2}$,

$$h_i \frac{d\varphi_i}{dx} = h_{i+1} \frac{d\varphi_{i+1}}{dx}$$

ou, en développant,

$$(24) \quad h_i (-\mu_i U_i \sin \mu_i X_n + \mu_i V_i \cos \mu_i X_n + B' + 2CX_n) \\ = h_{i+1} [-\mu_{i+1} U_{i+1} \sin \mu_{i+1} X_n + \mu_{i+1} V_{i+1} \cos \mu_{i+1} X_n + B' + 2CX_n].$$

La relation $\zeta_{i+1} = \zeta_i$, développée, donne

$$(25) \quad U_i \cos \mu_i X_n + V_i \sin \mu_i X_n - \frac{2C}{\mu_i^2} \\ = U_{i+1} \cos \mu_{i+1} X_n + V_{i+1} \sin \mu_{i+1} X_n - \frac{2C}{\mu_{i+1}^2} = \zeta_n.$$

Ainsi quand les constantes U_i et V_i sont connues, les constantes U_{i+1} et V_{i+1} sont déterminées par les équations (24) et (25).

(¹) POINCARÉ, *Théorie des Marées*, § 128.

Ces équations résolues par rapport à U_{i+1} et V_{i+1} donnent, en posant

$$r_{i+1} = \frac{\mu_{i+1}}{\mu_i},$$

d'où

$$\frac{h_i}{h_{i+1}} = r_{i+1}^2$$

et

$$K_{i+1} = \frac{1}{\mu_{i+1}} (r_{i+1}^2 - 1),$$

$$(26) \quad \begin{cases} U_{i+1} = \left(\zeta_n + \frac{2C}{\mu_{i+1}^2} \right) \cos \mu_{i+1} X_n \\ \quad (U_i \sin \mu_i X_n - V_i \cos \mu_i X_n) r_{i+1} \sin \mu_{i+1} X_n \\ \quad - (B' - 2CX_n) K_{i+1} \sin \mu_{i+1} X_n, \\ V_{i+1} = \left(\zeta_n - \frac{2C}{\mu_{i+1}^2} \right) \sin \mu_{i+1} X_n \\ \quad - (U_i \sin \mu_i X_n - V_i \cos \mu_i X_n) r_{i+1} \cos \mu_{i+1} X_n \\ \quad - (B' - 2CX_n) K_{i+1} \cos \mu_{i+1} X_n. \end{cases}$$

Les quantités ζ_n , B' , C , U_i , V_i étant des fonctions harmoniques du temps, U_{i+1} , et V_{i+1} se présenteront, tous calculs faits, sous la forme

$$H \cos ct + H' \sin ct,$$

où H et H' sont des nombres et c la vitesse angulaire de l'onde considérée.

10. Canal de largeur variable. — Afin de pouvoir intégrer l'équation des marées dans un canal dont la profondeur est constante, mais dont la largeur varie, nous admettrons, comme l'a fait M. Lévy (1), que l peut être représentée par une fonction exponentielle de X . On pourra choisir les canaux partiels de façon que cette loi de variation soit très voisine de la réalité.

Posons donc

$$l = S e^{s(X-X_m)},$$

X_m est la moyenne arithmétique des valeurs de X aux deux extrémités du canal considéré, S et s sont deux constantes qu'on déter-

(1) *Leçons sur la Théorie des Marées*, p. 221.

minera en tirant des valeurs extrêmes de X les valeurs correspondantes de l .

Portons la valeur précédente de l dans l'équation différentielle (11).

Comme $\frac{dl}{dX} = sl$, cette équation devient après avoir divisé les deux membres par $Se^{\gamma(X-X_m)}$

$$s \left(\frac{d\zeta}{dX} + \frac{1}{g} \frac{dW}{dX} \right) + \left(\frac{d^2\zeta}{dX^2} + \frac{1}{g} \frac{d^2W}{dX^2} \right) + \mu^2 \zeta = 0,$$

ou en remplaçant les dérivées première et seconde de W par leurs valeurs

$$(27) \quad \frac{d^2\zeta}{dX^2} + s \frac{d\zeta}{dX} + \mu^2 \zeta + s(B' + 2CX) + 2C = 0.$$

Dans le cas où les racines r_1 et r_2 de l'équation

$$(28) \quad r^2 - sr - \mu^2 = 0$$

sont réelles, c'est-à-dire si $\left| \frac{s}{2} \right| \geq \mu$, on sait que l'équation (27), qui est du second ordre, à coefficients constants, avec un polynôme du premier degré en X au second membre, admet comme intégrale générale la fonction

$$(29) \quad \zeta = U_{i+1} e^{r_1 X} + V_{i+1} e^{r_2 X} + aX + b,$$

où

$$r_1 = \frac{1}{2} [-s + \sqrt{s^2 - 4\mu^2}],$$

$$r_2 = \frac{1}{2} [-s - \sqrt{s^2 - 4\mu^2}],$$

$$a = -\frac{2Cs}{\mu^2},$$

$$b = \frac{1}{\mu^2} \left[2C \left(\frac{s^2}{\mu^2} - 1 \right) - sB' \right];$$

U_{i+1} et V_{i+1} sont les constantes d'intégration.

Dans le cas où les racines de l'équation en r sont imaginaires, ce qui a lieu quand $\left| \frac{s}{2} \right| < \mu$, l'intégrale générale de l'équation (27) est

$$(30) \quad \zeta = e^{\alpha(X-X_n)} (U_{i+1} \cos \beta X + V_{i+1} \sin \beta X) + aX + b,$$

où

$$\alpha = \frac{s}{\mu},$$

et

$$\beta = \sqrt{4\mu^2 - s^2},$$

a et b ont les mêmes expressions que plus haut.

U_{i+1} et V_{i+1} sont les constantes d'intégration.

Calcul des constantes d'intégration. — Comme nous l'avons fait au paragraphe 9, nous écrivons que sur la section commune aux canaux i et $i+1$, d'abscisse X_n , les conditions d'égalité d'amplitude et d'égalité de débit sont remplies.

On a

$$\frac{\lambda^2}{g} \frac{d\varphi}{dX} = \frac{d\zeta}{dX} = B' + 2CX.$$

Par suite, les équations qui permettent de déterminer les constantes U_{i+1} et V_{i+1} s'écrivent, quand ζ est représentée par la formule (29),

$$(31) \quad \begin{cases} U_{i+1} e^{r_1 X_n} + V_{i+1} e^{r_2 X_n} = \zeta_{i,n} - aX_n - b, \\ U_{i+1} r_1 e^{r_1 X_n} + V_{i+1} r_2 e^{r_2 X_n} = \frac{h_i}{h_{i+1}} \frac{\lambda^2}{g} \left(\frac{d\zeta_i}{dX} \right)_{X=X_n} - a - B' - 2CX_n. \end{cases}$$

Dans le cas où ζ est représentée par la formule (30), les constantes U_{i+1} et V_{i+1} sont fournies par les équations

$$(32) \quad \begin{cases} U_{i+1} \cos \beta X_n + V_{i+1} \sin \beta X_n = \zeta_{i,n} - aX_n - b, \\ U_{i+1} (\alpha \cos \beta X_n - \beta \sin \beta X_n) + V_{i+1} (\alpha \sin \beta X_n + \beta \cos \beta X_n) \\ \quad \frac{h_i}{h_{i+1}} \frac{\lambda^2}{g} \left(\frac{d\zeta_i}{dX} \right)_{X=X_n} - a - B' - 2CX_n; \end{cases}$$

$\zeta_{i,n}$ et $\left(\frac{d\zeta_i}{dX} \right)_{X=X_n}$ sont respectivement les valeurs numériques de ζ et de $\frac{d\zeta}{dX}$ pour $X = X_n$ dans le canal i .

Nous ferons usage des formules de récurrence (26), (31) ou (32), suivant les cas.

La méthode que nous venons de développer n'a encore été employée, ce semble, par aucun auteur.

Nous allons l'appliquer d'abord à la mer Rouge, assimilée à un

et par suite, pour les profondeurs moyennes h_i ,

$$(34) \quad \left\{ \begin{array}{l} h_1 = 0,0001086 = 692,^m \\ h_2 = 561 = 359. \\ h_3 = 229 = 146. \\ h_4 = 67 = 43. \end{array} \right.$$

Afin de mieux apercevoir l'influence des variations de la profondeur sur les amplitudes et les heures cotidales, nous supposons d'abord que les 4 canaux ont une largeur constante. C'est donc la formule (26) que nous allons utiliser.

Connaissant $\frac{\lambda^2}{g}$ pour les six ondes principales, et les profondeurs moyennes des 4 canaux, on calcule les valeurs correspondantes des μ_i , $\mu_i X_n$, $\cos \mu_i X_n$, $\sin \mu_i X_n$, où $X_n = X_{10}$, X_{13} , X_{16} , puis r_{i-1} et k_{i+1} , pour $i = 1, 2, 3$ et $\frac{2C}{\mu_i^2}$ pour $i = 1, 2, 3, 4$.

On passe ensuite au calcul des U_i et V_i pour les canaux 2, 3, 4. U_1 et V_1 sont donnés par les formules (22) et (23).

N. B. — Ces calculs intermédiaires sont contenus dans les Tableaux IV et V de l'Appendice.

La variation des marées des six ondes principales entre Shermshcik et Périn est alors représentée par les formules suivantes :

Onde M_2 :

$$(35) \quad \left\{ \begin{array}{l} \zeta_1 = [-0,117 \cos \mu_1 X + 0,012 \sin \mu_1 X + 0,003] \cos m_2 t \\ \quad \quad \quad [-0,230 \cos \mu_1 X + 0,025 \sin \mu_1 X - 0,006] \sin m_2 t, \\ \zeta_2 = [-0,116 \cos \mu_2 X - 0,092 \sin \mu_2 X + 0,001] \cos m_2 t \\ \quad \quad \quad + [-0,215 \cos \mu_2 X + 0,248 \sin \mu_2 X - 0,003] \sin m_2 t, \\ \zeta_3 = [-0,139 \cos \mu_3 X - 0,055 \sin \mu_3 X + 0,001] \cos m_2 t \\ \quad \quad \quad + [-0,361 \cos \mu_3 X + 0,006 \sin \mu_3 X - 0,001] \sin m_2 t, \\ \zeta_4 = [-0,054 \cos \mu_4 X - 0,227 \sin \mu_4 X] \cos m_2 t \\ \quad \quad \quad + [-0,257 \cos \mu_4 X + 0,341 \sin \mu_4 X] \sin m_2 t; \end{array} \right.$$

Onde S_2 :

$$\begin{aligned}\zeta_1 &= [-0,033 \cos \mu_1 X + 0,005 \sin \mu_1 X + 0,001] \cos s_2 t \\ &\quad - [0,026 \cos \mu_1 X + 0,011 \sin \mu_1 X - 0,002] \sin s_2 t, \\ \zeta_2 &= [-0,032 \cos \mu_2 X - 0,023 \sin \mu_2 X + 0,001] \cos s_2 t \\ &\quad + [0,021 \cos \mu_2 X + 0,039 \sin \mu_2 X - 0,001] \sin s_2 t, \\ \zeta_3 &= [0,036 \cos \mu_3 X - 0,019 \sin \mu_3 X] \cos s_2 t \\ &\quad + [-0,019 \cos \mu_3 X - 0,017 \sin \mu_3 X] \sin s_2 t, \\ \zeta_4 &= [0,031 \cos \mu_4 X - 0,069 \sin \mu_4 X] \cos s_2 t \\ &\quad - [-0,054 \cos \mu_4 X + 0,018 \sin \mu_4 X] \sin s_2 t;\end{aligned}$$

Onde N_2 :

$$\begin{aligned}\zeta_1 &= [0,003 \cos \mu_1 X + 0,002 \sin \mu_1 X - 0,001] \cos n_2 t \\ &\quad + [0,081 \cos \mu_1 X + 0,005 \sin \mu_1 X - 0,001] \sin n_2 t, \\ \zeta_2 &= [0,002 \cos \mu_2 X + 0,006 \sin \mu_2 X] \cos n_2 t \\ &\quad + [0,078 \cos \mu_2 X + 0,083 \sin \mu_2 X - 0,001] \sin n_2 t, \\ \zeta_3 &= [-0,010 \cos \mu_3 X - 0,004 \sin \mu_3 X] \cos n_2 t \\ &\quad + [-0,126 \cos \mu_3 X + 0,013 \sin \mu_3 X] \sin n_2 t, \\ \zeta_4 &= [-0,012 \cos \mu_4 X + 0,001 \sin \mu_4 X] \cos n_2 t \\ &\quad + [-0,064 \cos \mu_4 X - 0,131 \sin \mu_4 X] \sin n_2 t;\end{aligned}$$

(35)
(suite)

Onde K_1 :

$$\begin{aligned}\zeta_1 &= [-0,022 \cos \mu_1 X - 0,030 \sin \mu_1 X] \cos k_1 t \\ &\quad + [0,018 \cos \mu_1 X - 0,003 \sin \mu_1 X - 0,013] \sin k_1 t, \\ \zeta_2 &= [-0,025 \cos \mu_2 X + 0,018 \sin \mu_2 X] \cos k_1 t \\ &\quad + [0,013 \cos \mu_2 X - 0,001 \sin \mu_2 X - 0,007] \sin k_1 t, \\ \zeta_3 &= [-0,027 \cos \mu_3 X - 0,004 \sin \mu_3 X] \cos k_1 t \\ &\quad + [0,010 \cos \mu_3 X + 0,005 \sin \mu_3 X - 0,003] \sin k_1 t, \\ \zeta_4 &= [0,030 \cos \mu_4 X - 0,023 \sin \mu_4 X] \cos k_1 t \\ &\quad + [-0,014 \cos \mu_4 X - 0,013 \sin \mu_4 X - 0,001] \sin k_1 t;\end{aligned}$$

Onde O_1 :

$$\begin{aligned}\zeta_1 &= [-0,007 \cos \mu_1 X - 0,023 \sin \mu_1 X] \cos o_1 t \\ &\quad + [0,011 \cos \mu_1 X - 0,002 \sin \mu_1 X - 0,011] \sin o_1 t, \\ \zeta_2 &= [-0,007 \cos \mu_2 X + 0,017 \sin \mu_2 X] \cos o_1 t \\ &\quad + [0,005 \cos \mu_2 X - 0,001 \sin \mu_2 X - 0,006] \sin o_1 t, \\ \zeta_3 &= [-0,013 \cos \mu_3 X + 0,015 \sin \mu_3 X] \cos o_1 t \\ &\quad + [0,005 \cos \mu_3 X - 0,005 \sin \mu_3 X - 0,002] \sin o_1 t, \\ \zeta_4 &= [-0,004 \cos \mu_4 X - 0,045 \sin \mu_4 X] \cos o_1 t \\ &\quad + [0,001 \cos \mu_4 X + 0,021 \sin \mu_4 X - 0,001] \sin o_1 t;\end{aligned}$$

Onde P₁ :

$$(35) \quad \left\{ \begin{array}{l} \zeta_1 = \begin{bmatrix} -0,008 \cos \mu_1 X + 0,010 \sin \mu_1 X \\ \quad \quad \quad 0,006 \cos \mu_1 X - 0,001 \sin \mu_1 X - 0,004 \end{bmatrix} \cos p_1 t \\ \zeta_2 = \begin{bmatrix} -0,009 \cos \mu_2 X + 0,005 \sin \mu_2 X \\ \quad \quad \quad 0,006 \cos \mu_2 X \quad \quad \quad - 0,002 \end{bmatrix} \cos p_1 t \\ \zeta_3 = \begin{bmatrix} -0,009 \cos \mu_3 X - 0,001 \sin \mu_3 X \\ \quad \quad \quad 0,004 \cos \mu_3 X + 0,003 \sin \mu_3 X - 0,001 \end{bmatrix} \cos p_1 t \\ \zeta_4 = \begin{bmatrix} 0,009 \cos \mu_4 X - 0,009 \sin \mu_4 X \\ \quad \quad \quad - 0,006 \cos \mu_4 X + 0,001 \sin \mu_4 X \end{bmatrix} \cos p_1 t \end{array} \right.$$

On a d'ailleurs, pour les μ_i ,

	M ₂ .	S ₂ .	N ₂ .	K ₁ .	O ₁ .	P ₁ .
log μ_1	1,03602	1,05099	1,02779	0,75114	0,71822	0,74877
log μ_2	1,17832	1,19328	1,17009	0,89344	0,86052	0,89106
log μ_3	1,37454	1,38951	1,36631	1,08966	1,05674	1,08729
log μ_4	1,63956	1,65452	1,63133	1,35468	1,32176	1,35230

12. Comparaisons avec les observations. — En remplaçant dans ces formules X successivement par les distances des stations d'observations à Shermseik (Chap. I, § 2) ζ se met, ainsi que nous l'avons dit plus haut, sous la forme

$$\zeta = A \cos (ct - x).$$

Dans les tableaux suivants, nous donnons les amplitudes A, exprimées en centimètres, et les heures cotidales, $\frac{x}{360}$ pour les ondes semi-diurnes, $\frac{x}{180}$ pour les ondes diurnes, que nous comparons aux amplitudes et aux heures observées.

TABLEAU IX.

Amplitudes des ondes semi-diurnes.

	Stations.	M ₂ .			S ₂ .			N ₂ .		
		Obs.	Calc.	O — C.	Obs.	Calc.	O — C.	Obs.	Calc.	O — C.
Canal 1.	Shermsheik (point de départ).....	25,1	25,1	0	4,0	4,0	0	8,0	8,0	0
	Koseir.....	21,9	24,5	— 2,6	5,5	4,0	+ 1,5	6,6	7,8	— 1,2
	Gidda.....	7,4	5,2	+ 2,2	0,9	1,1	— 0,2	2,2	1,8	+ 0,4
	Port Sudan.....	0,9	2,6	— 1,7	1,0	1,2	— 0,2	0,3	0,3	0,0
Canal 2 :	Massaua.....	33,4	32,4	+ 1,0	12,4	5,5	+ 6,9	9,3	10,0	— 0,7
Canal 3 :	Kamaran.....	32,8	38,4	— 5,6	8,9	5,9	+ 3,0	9,2	12,6	— 3,4
Canal 4.	Assab.....	7,8	8,4	— 0,6	3,0	4,3	— 1,3	2,2	3,8	— 1,6
	Périn.....	36,6	19,2	+ 17,4	17,1	6,4	+ 10,7	10,5	3,3	+ 7,2

Amplitudes des ondes diurnes.

	Stations.	K ₁ .			O ₁ .			P ₁ .		
		Obs.	Calc.	O — C.	Obs.	Calc.	O — C.	Obs.	Calc.	O — C.
Canal 1.	Shermsheik (point de départ).....	2,3	2,3	0	0,7	0,7	0	0,8	0,8	0
	Koseir.....	2,0	1,8	+ 0,2	2,0	0,4	+ 1,6	0,7	0,6	0,1
	Gidda.....	3,9	0,5	+ 3,4	1,8	1,0	+ 0,8	1,3	0,1	+ 1,2
	Port Sudan.....	2,3	1,0	+ 1,3	2,1	1,3	+ 0,8	0,8	0,3	+ 0,5
Canal 2 :	Massaua.....	2,3	2,6	— 0,3	1,9	2,0	— 0,1	1,3	0,8	0,5
Canal 3 :	Kamaran.....	1,7	3,0	— 1,3	0,8	1,7	— 0,9	0,5	1,0	— 0,5
Canal 4.	Assab.....	48,1	1,7	+ 46,4	6,2	0,5	+ 5,7	6,0	0,6	+ 5,4
	Périn.....	35,1	0,9	+ 34,2	18,0	1,4	+ 16,6	11,0	0,4	+ 10,6

TABLEAU X.
Heures cotidales.

Stations.	M_2		S_2		N_2		K_1		O_1		P_1	
	Obs.	Calc.	Obs.	Calc.	Obs.	Calc.	Obs.	Calc.	Obs.	Calc.	Obs.	Calc.
Canal 1.												
Shermsheik....	^h 3,9	^h 3,9	^h 4,8	^h 4,8	^h 2,9	^h 2,9	^h 11,2	^h 11,2	^h 11,9	^h 11,9	^h 11,2	^h 11,2
Koseir.....	^h 3,7	^h 3,7	^h 4,6	^h 4,6	^h 2,7	^h 2,9	^h 10,3	^h 10,9	^h 12,8	^h 12,0	^h 10,5	^h 10,9
Gidda.....	^h 4,1	^h 3,1	^h 5,3	^h 2,5	^h 3,5	^h 2,6	^h 12,5	^h 22,2	^h 10,6	^h 22,9	^h 12,5	^h 21,2
Port Sudan....	^h 6,8	^h 11,8	^h 8,5	^h 0,8	^h 5,8	^h 11,4	^h 11,3	^h 22,8	^h 11,9	^h 22,8	^h 11,3	^h 22,9
Canal 2.												
Massaua.....	^h 10,9	^h 9,9	^h 11,1	^h 10,5	^h 9,8	^h 8,9	^h 10,9	^h 22,3	^h 12,2	^h 22,4	^h 11,3	^h 22,6
Canal 3.												
Kamaran.....	^h 10,1	^h 9,7	^h 11,0	^h 10,0	^h 9,4	^h 8,8	^h 2,3	^h 22,3	^h 9,3	^h 22,1	^h 2,3	^h 22,2
Canal 4.												
Assab.....	^h 9,7	^h 7,1	^h 5,7	^h 6,6	^h 8,9	^h 8,4	^h 22,3	^h 22,3	^h 23,0	^h 12,0	^h 22,3	^h 20,7
Périm.....	^h 4,6	^h 4,7	^h 5,2	^h 5,7	^h 4,6	^h 3,5	^h 23,3	^h 22,6	^h 23,5	^h 10,9	^h 23,1	^h 19,4

On voit d'après ces tableaux que dans la majeure partie de la mer Rouge (jusqu'à Assab environ), c'est-à-dire sur une longueur de 1900^{km}, il existe un accord satisfaisant entre le calcul et l'observation.

Pour les six stations comprises entre Shermsheik et Assab (inclus), la somme algébrique des $O - C$ et la moyenne $|O - C|_m$ de leurs valeurs absolues sont pour les amplitudes des marées semi-diurnes :

	M_2	S_2	N_2
$\Sigma(O - C).....$	$-7^{cm}, 3$	$-9^{cm}, 7$	$-6^{cm}, 5$
$ O - C _m.....$	$2^{cm}, 3$	$2^{cm}, 2$	$1^{cm}, 2$

Pour les cinq stations entre Shermsheik et Kamaran (inclus), les $\Sigma(O - C)$ et les $|O - C|_m$, relatifs aux amplitudes des marées diurnes, ont pour valeurs

	K_1	O_1	P_1
$\Sigma(O - C).....$	$3^{cm}, 3$	$-2^{cm}, 2$	$1^{cm}, 8$
$ O - C _m.....$	$1^{cm}, 3$	$0^{cm}, 8$	$0^{cm}, 6$

De plus, les $O - C$ pour toutes les ondes ne présentent pas de caractère systématique dans les canaux 1, 2, 3.

Il n'en est pas de même dans le canal 4. A Périm le désaccord est complet pour toutes les ondes entre les amplitudes observées et calculées.

Le canal 4 doit donc faire l'objet d'une étude particulière.

En ce qui concerne les heures cotidales des ondes M_2 , S_2 , N_2 , l'accord entre la théorie et l'observation est en général satisfaisant. Les régions nodales voisines de Port Sudan et d'Assab sont bien indiquées par le calcul. Nous remarquons toutefois qu'à Port-Sudan, les heures cotidales calculées et observées diffèrent de 6 heures, ce qui avait lieu également dans l'étude faite au Chapitre précédent par la méthode de Ritz (§ 7).

Pour les ondes diurnes, l'accord entre les heures cotidales calculées et observées est moins bon : en particulier, pour la région nodale, le calcul donne une position très éloignée de la réalité. Cela tient-il seulement au fait que les coefficients G et G' sont très petits ?

Remarque relative à l'onde S_2 . — Si l'on adopte pour amplitude de la marée S_2 à Shermshelik le nombre $7^{cm}, 4$, résultat des calculs du Chapitre suivant, au lieu de l'amplitude observée : $4^{cm}, 3$, on trouve un meilleur accord entre la théorie et l'ensemble des observations. Nous appellerons cette amplitude S_2 (rectifiée) (Appendice, Tableau V).

Voici les résidus $O - C$ qu'on obtient dans ce cas jusqu'à Assab (inclus) :

	Koseir.	Gidda.	Port Sudan.	Massaua.	Kamaman.	Assab.
$O - C$	$-1^{cm}, 7$	$-0^{cm}, 4$	$-0^{cm}, 5$	$+2^{cm}, 5$	$-1^{cm}, 6$	$-2^{cm}, 2$

d'où

$$\Sigma(O - C) = -3^{cm}, 9, \quad | O - C |_m = 1^{cm}, 5.$$

Les résultats auxquels nous sommes parvenue, suggèrent diverses études que nous allons passer en revue.

13. Subdivision de la mer Rouge en 17 canaux partiels. — *Comparaison avec les observations.* — On peut se demander si une subdivision de la mer Rouge en un plus grand nombre de canaux partiels ne conduirait pas à des résultats meilleurs.

C'est pourquoi nous avons repris l'étude de la marée principale M_2 , en adoptant comme canaux partiels ceux que limitent les 18 sections envisagées par Blondel.

En appliquant les formules établies au début de ce Chapitre, et supposant toujours constante la largeur de chaque canal, la variation de la marée M_2 entre Shermshcik et Périn est représentée par les formules suivantes :

$$(36) \left\{ \begin{array}{l} \zeta_1 = - \begin{bmatrix} -0,116 \cos \mu_1 X - 0,011 \sin \mu_1 X - 0,002 \end{bmatrix} \cos m_2 t \\ \quad \quad \quad \begin{bmatrix} 0,229 \cos \mu_1 X + 0,024 \sin \mu_1 X - 0,005 \end{bmatrix} \sin m_2 t, \\ \zeta_2 = \begin{bmatrix} -0,116 \cos \mu_2 X - 0,012 \sin \mu_2 X - 0,003 \end{bmatrix} \cos m_2 t \\ \quad \quad \quad \begin{bmatrix} 0,229 \cos \mu_2 X + 0,027 \sin \mu_2 X - 0,006 \end{bmatrix} \sin m_2 t, \\ \zeta_3 = \begin{bmatrix} -0,118 \cos \mu_3 X + 0,011 \sin \mu_3 X - 0,003 \end{bmatrix} \cos m_2 t \\ \quad \quad \quad \begin{bmatrix} 0,231 \cos \mu_3 X - 0,027 \sin \mu_3 X - 0,006 \end{bmatrix} \sin m_2 t, \\ \zeta_4 = \begin{bmatrix} -0,117 \cos \mu_4 X - 0,011 \sin \mu_4 X + 0,003 \end{bmatrix} \cos m_2 t \\ \quad \quad \quad \begin{bmatrix} 0,229 \cos \mu_4 X - 0,026 \sin \mu_4 X - 0,006 \end{bmatrix} \sin m_2 t, \\ \zeta_5 = \begin{bmatrix} -0,118 \cos \mu_5 X - 0,011 \sin \mu_5 X + 0,003 \end{bmatrix} \cos m_2 t \\ \quad \quad \quad \begin{bmatrix} 0,230 \cos \mu_5 X - 0,026 \sin \mu_5 X - 0,006 \end{bmatrix} \sin m_2 t, \\ \zeta_6 = \begin{bmatrix} -0,118 \cos \mu_6 X - 0,011 \sin \mu_6 X + 0,003 \end{bmatrix} \cos m_2 t \\ \quad \quad \quad \begin{bmatrix} 0,232 \cos \mu_6 X - 0,027 \sin \mu_6 X - 0,006 \end{bmatrix} \sin m_2 t, \\ \zeta_7 = \begin{bmatrix} -0,114 \cos \mu_7 X - 0,016 \sin \mu_7 X + 0,003 \end{bmatrix} \cos m_2 t \\ \quad \quad \quad \begin{bmatrix} 0,224 \cos \mu_7 X + 0,017 \sin \mu_7 X - 0,006 \end{bmatrix} \sin m_2 t, \\ \zeta_8 = \begin{bmatrix} -0,116 \cos \mu_8 X - 0,014 \sin \mu_8 X - 0,003 \end{bmatrix} \cos m_2 t \\ \quad \quad \quad \begin{bmatrix} 0,227 \cos \mu_8 X - 0,020 \sin \mu_8 X - 0,006 \end{bmatrix} \sin m_2 t, \\ \zeta_9 = \begin{bmatrix} -0,127 \cos \mu_9 X + 0,008 \sin \mu_9 X + 0,002 \end{bmatrix} \cos m_2 t \\ \quad \quad \quad \begin{bmatrix} 0,247 \cos \mu_9 X + 0,066 \sin \mu_9 X - 0,005 \end{bmatrix} \sin m_2 t, \\ \zeta_{10} = \begin{bmatrix} -0,130 \cos \mu_{10} X - 0,050 \sin \mu_{10} X + 0,002 \end{bmatrix} \cos m_2 t \\ \quad \quad \quad \begin{bmatrix} 0,249 \cos \mu_{10} X + 0,153 \sin \mu_{10} X - 0,004 \end{bmatrix} \sin m_2 t, \\ \zeta_{11} = \begin{bmatrix} -0,127 \cos \mu_{11} X - 0,066 \sin \mu_{11} X + 0,002 \end{bmatrix} \cos m_2 t \\ \quad \quad \quad \begin{bmatrix} 0,239 \cos \mu_{11} X + 0,188 \sin \mu_{11} X - 0,003 \end{bmatrix} \sin m_2 t, \\ \zeta_{12} = \begin{bmatrix} -0,103 \cos \mu_{12} X - 0,109 \sin \mu_{12} X + 0,001 \end{bmatrix} \cos m_2 t \\ \quad \quad \quad \begin{bmatrix} 0,172 \cos \mu_{12} X - 0,227 \sin \mu_{12} X - 0,003 \end{bmatrix} \sin m_2 t, \\ \zeta_{13} = \begin{bmatrix} -0,022 \cos \mu_{13} X - 0,154 \sin \mu_{13} X + 0,001 \end{bmatrix} \cos m_2 t \\ \quad \quad \quad \begin{bmatrix} 0,005 \cos \mu_{13} X + 0,305 \sin \mu_{13} X - 0,002 \end{bmatrix} \sin m_2 t, \\ \zeta_{14} = \begin{bmatrix} -0,115 \cos \mu_{14} X - 0,108 \sin \mu_{14} X - 0,001 \end{bmatrix} \cos m_2 t \\ \quad \quad \quad \begin{bmatrix} -0,269 \cos \mu_{14} X + 0,174 \sin \mu_{14} X - 0,001 \end{bmatrix} \sin m_2 t, \\ \zeta_{15} = \begin{bmatrix} -0,001 \cos \mu_{15} X + 0,160 \sin \mu_{15} X \end{bmatrix} \cos m_2 t \\ \quad \quad \quad \begin{bmatrix} 0,099 \cos \mu_{15} X - 0,304 \sin \mu_{15} X - 0,001 \end{bmatrix} \sin m_2 t, \\ \zeta_{16} = \begin{bmatrix} 0,044 \cos \mu_{16} X - 0,196 \sin \mu_{16} X \end{bmatrix} \cos m_2 t \\ \quad \quad \quad \begin{bmatrix} -0,188 \cos \mu_{16} X - 0,298 \sin \mu_{16} X \end{bmatrix} \sin m_2 t, \\ \zeta_{17} = \begin{bmatrix} 0,206 \cos \mu_{17} X - 0,064 \sin \mu_{17} X \end{bmatrix} \cos m_2 t \\ \quad \quad \quad \begin{bmatrix} -0,380 \cos \mu_{17} X - 0,009 \sin \mu_{17} X \end{bmatrix} \sin m_2 t. \end{array} \right.$$

Les $\log \mu_i$ ont pour valeurs dans les 17 canaux :

Canal.	1.	2.	3.	4.	5.	6.
$\log \mu_i$	1,06268	1,01732	1,03786	1,03191	1,03407	1,05745
Canal.	7.	8.	9.	10.	11.	12.
$\log \mu_i$	1,02059	1,02600	1,07066	1,12522	1,14315	1,18742
Canal.	13.	14.	15.	16.	17.	
$\log \mu_i$	1,24519	1,33078	1,48579	1,63464	1,66789	

Les Tableaux IV et VI de l'Appendice contiennent les calculs intermédiaires. Si au moyen des formules (36) on calcule les valeurs de ξ correspondant aux stations d'observations, et que l'on forme ensuite les résidus $O - C$ relatifs aux amplitudes, on obtient le tableau suivant (qui contient aussi les $O - C$ obtenus dans la subdivision en 4 canaux) :

	Koseir.	Gidda.	Port Sudan.	Mas- sana.	Kamara.	Assab.	Périm.
(17 canaux) $O - C$	$-2^{\text{cm}},7$	$-2^{\text{cm}},0$	$-1^{\text{cm}},4$	$-4^{\text{cm}},8$	$-2^{\text{cm}},7$	$+0^{\text{cm}},9$	$+21^{\text{cm}},7$
(4 canaux) $O - C$	$-2^{\text{cm}},6$	$+2^{\text{cm}},2$	$-1^{\text{cm}},7$	$-1^{\text{cm}},0$	$-5^{\text{cm}},6$	$-0^{\text{cm}},6$	$-17^{\text{cm}},4$

Entre Shermshiek et Assab (inclus), la subdivision en 17 canaux donne pour les six stations,

$$\Sigma(O - C) = +0^{\text{cm}},9, \quad |O - C|_m = 2^{\text{cm}},4,$$

et la subdivision en 4 canaux a donné

$$\Sigma(O - C) = -7^{\text{cm}},3, \quad |O - C|_m = 2^{\text{cm}},3.$$

Le premier $\Sigma(O - C)$ est meilleur que le second; quant aux $O - C'_m$, ils sont identiques.

En rapprochant les heures cotidales calculées dans les deux cas, on trouve

	Koseir.	Gidda.	Port Sudan.	Mas- sana.	Kamara.	Assab.	Périm.
(17 canaux) $\frac{z}{30}$	3 ^h ,9	3 ^h ,1	12 ^h ,0	9 ^h ,9	9 ^h ,8	8 ^h ,0	1 ^h ,7
(4 canaux) $\frac{z}{30}$	3 ^h ,7	3 ^h ,1	11 ^h ,8	9 ^h ,9	9 ^h ,7	7 ^h ,1	4 ^h ,7

Il n'y a de changement qu'à Assab où l'heure cotidale calculée 8^h,0 dans le premier cas, est plus voisine que dans le second cas de l'heure observée 9^h,7.

Il n'y a donc pas un grand avantage à fractionner la mer en un très grand nombre de canaux; les calculs sont beaucoup plus longs, et la précision n'est pas sensiblement augmentée.

L'allure générale de la variation de la profondeur moyenne sera par suite un guide suffisant dans le choix des canaux partiels.

14. Variations de la marée M_2 dans la mer Rouge en supprimant le potentiel générateur. — On peut aussi se demander dans quelle mesure varient les amplitudes et les heures cotidales calculées quand on ne tient pas compte du potentiel générateur.

En reprenant les calculs relatifs à la marée M_2 pour 4 canaux dans l'hypothèse $B = C = 0$ (Tableau VI de l'Appendice), on trouve que les résidus $O - C$ relatifs aux amplitudes ont les valeurs suivantes :

Marée M_2 .

	Koseir.	Gidda.	Port Sudan.	Mas- saua.	Kamaran.	Assab.	Périn.
(Sans potentiel)							
$O - C$	$-2^{\text{cm}},2$	$+3^{\text{cm}},8$	$-1^{\text{cm}},5$	$-2^{\text{cm}},2$	$-2^{\text{cm}},8$	$+5^{\text{cm}},7$	$+17^{\text{cm}},6$
(Avec potentiel)							
$O - C$	$-2^{\text{cm}},6$	$-2^{\text{cm}},2$	$-1^{\text{cm}},7$	$+1^{\text{cm}},0$	$-5^{\text{cm}},6$	$-6^{\text{cm}},6$	$+17^{\text{cm}},1$

Nous avons répété à dessein les résidus obtenus en tenant compte du potentiel générateur.

Jusqu'à Assab inclus on a, sans potentiel,

$$\Sigma(O - C) = -5^{\text{cm}},2; \quad |O - C|_m = 3^{\text{cm}},0,$$

et avec potentiel,

$$\Sigma(O - C) = -7^{\text{cm}},3; \quad |O - C|_m = 2^{\text{cm}},3.$$

On constate que les $O - C$ restent du même ordre; ainsi que $\Sigma(O - C)$ et $|O - C|_m$. Il ne s'est donc pas introduit d'erreur systématique en supprimant le potentiel générateur.

Les heures cotidales calculées, sans tenir compte du potentiel, sont en meilleur accord que dans le premier cas avec les heures observées, à Gidda et à Port Sudan; l'inverse se produit à Assab et à Périn.

Voici ces nombres :

	Koseir.	Gidda.	Port Sudan.	Mas- saua.	Kamaran.	Assab.	Périn.
	^h	^h	^h	^h	^h	^h	^h
Calcul sans potentiel...	3,9	3,9	9,9	9,9	9,9	3,7	3,9
» avec potentiel...	3,8	3,1	11,8	9,9	9,7	7,1	1,7
Observation.....	3,7	4,1	6,8	10,9	10,1	9,7	4,6

15. **Changement de profondeurs.** — Afin de rechercher dans quelle mesure la variation de la marée dans un canal dépend des profondeurs adoptées, nous avons repris l'étude de la marée M_2 avec les profondeurs h_B (relevé Blondel).

En appliquant la formule (4) du Chapitre I, on a pour les profondeurs moyennes des 4 canaux les valeurs suivantes :

$$(37) \quad \begin{cases} h_1 = 0,0000927 = 591^m \\ h_2 = 0,0000436 = 278 \\ h_3 = 0,0000225 = 143 \\ h_4 = 0,0000078 = 50 \end{cases}$$

Mettons en regard les O — C relatifs aux amplitudes et les heures cotidales calculées dans les deux hypothèses de profondeurs, pour les diverses stations.

	Canal 1.			Canal 2.	Canal 3.	Canal 4.	
	Koseir.	Gidda.	P ^t Sudan.	Massaua.	Kamaran.	Assab.	Périn.
(Profondeur h_m) O — C.	—2 ^{cm} , 6	+ 2 ^{cm} , 2	—1 ^{cm} , 7	+1 ^{cm} , 0	—5 ^{cm} , 6	—0 ^{cm} , 6	—17 ^{cm} , 4
(Profondeur h_B) O — C.	—2 ^{cm} , 5	—1 ^{cm} , 8	—1 ^{cm} , 6	0 ^{cm} , 0	—2 ^{cm} , 7	—7 ^{cm} , 4	—1 ^{cm} , 3
(Prof. h_m) Heure cotid.	3 ^h , 8	3 ^h , 1	11 ^h , 8	9 ^h , 9	9 ^h , 7	7 ^h , 1	4 ^h , 7
(Prof. h_B) Heure cotid.	3 ^h , 7	2 ^h , 2	10 ^h , 6	9 ^h , 8	9 ^h , 7	4 ^h , 5	4 ^h , 1
Observation.....	3 ^h , 7	4 ^h , 1	6 ^h , 8	10 ^h , 9	10 ^h , 1	9 ^h , 7	4 ^h , 6

N. B. — Les Tableaux IV et VI de l'Appendice contiennent les calculs intermédiaires.

On voit que les résultats obtenus dans les canaux 1, 2, 3 diffèrent bien peu quand on passe des profondeurs h_m (relevé Chandon) aux profondeurs h_B (relevé Blondel).

Entre Shermshéik et Kamaran (inclus) on a, pour les 5 stations, $\Sigma(O - C) = -6^{\text{cm}}, 7$; $|O - C|_m = 2^{\text{cm}}, 6$ (avec les profondeurs h_m), et

$\Sigma(O - C) = -4^{\text{cm}}, 9$; $|O - C|_m = 2^{\text{cm}}, 9$ (avec les profondeurs h_B).

Ce sont des quantités du même ordre de grandeur.

Il y a d'autre part un accord satisfaisant entre les heures cotidales calculées dans les deux hypothèses.

Et cependant nous avons remarqué (Chap. I, § 2) que dans la partie profonde de la mer Rouge, c'est-à-dire dans le canal 1, h_m est supérieure de 100^m à h_b .

Ainsi, contrairement à ce qui s'est produit quand nous avons employé la méthode de Ritz (Chap. II, § 8), un changement sensible de profondeur moyenne dans les régions de grandes profondeurs n'amène qu'une modification insignifiante dans les amplitudes calculées. C'est un résultat des plus rassurants car la détermination de la profondeur moyenne de la mer à l'aide des sondages est en effet d'autant moins précise que cette profondeur est plus grande.

Dans le cas des faibles profondeurs, le phénomène inverse se produit. On voit sur le tableau précédent que dans le canal 4, où h_m et h_b ne diffèrent que de 7^m , les O — C des amplitudes dans les deux stations, et les heures cotidales à Assab sont très différents dans les deux cas. Nous insisterons sur cette question dans le paragraphe suivant.

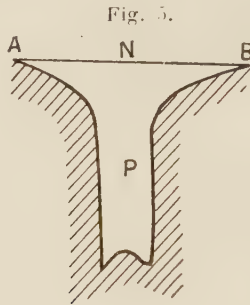
16. Étude particulière du canal 4 limité par les sections 16 et 18. — Conservons l'hypothèse où le canal 4 a une largeur constante et cherchons si une profondeur plus grande que 43^m rendrait mieux compte de la variation d'amplitude dans ce canal, qui comprend deux stations d'observations.

Voici les considérations qui nous amènent à faire cette supposition.

Le long de l'axe de la mer Rouge dans le canal 4, le sol sous-marin présente dans sa partie centrale une vallée profonde P, comprise entre deux parois presque verticales (*fig.* ci-après). D'après les sondages, c'est un peu au sud de la section 16 que la section perpendiculaire à l'axe affecte cette forme. En A et B sont les rivages, en N le niveau de la mer.

De part et d'autre de la fosse P la profondeur moyenne est très faible (environ 20^m). Brusquement elle dépasse 100^m dans la région P. Dans ces conditions, il paraît probable que la définition de la profondeur moyenne de la section, telle qu'elle est comprise

en général (Chap. I, § 2), ne doit pas s'appliquer ici. Étant donnée l'importance que prend à partir de la section 17 la fosse P,



son effet sur la variation de la marée doit être prépondérant; on est ainsi conduit à adopter comme profondeur moyenne une valeur supérieure à celle qui résulte des sondages.

C'est pourquoi nous avons repris les calculs des constantes U_i et V_i du canal 4 pour les marées M_2 (principale semi-diurne) et K_1 (principale diurne), en adoptant comme profondeur moyenne successivement 53^m, 63^m, 73^m. Rappelons que la profondeur déduite des sondages et calculée au moyen de la formule (1) (Chap. I) est de 43^m. On trouve ainsi pour les constantes harmoniques des marées M_2 et K_1 à Assab et à Péririm les valeurs suivantes :

Profondeurs,		M_2		K_1	
		Ampli- tude,	Heure cotidale,	Ampli- tude,	Heure cotidale,
		cm	h	cm	h
43 ^m	{ Assab.....	8,4	7,1	1,9	23,4
	{ Péririm.....	19,2	4,7	1,4	23,7
53 ^m	{ Assab.....	4,7	8,0	1,8	22,5
	{ Péririm.....	12,4	5,1	1,2	22,3
63 ^m	{ Assab.....	13,1	8,8	2,1	22,3
	{ Péririm.....	11,6	6,3	1,5	22,5
73 ^m	{ Assab.....	15,6	9,0	2,2	22,2
	{ Péririm.....	7,4	7,2	1,9	22,3
Observations	{ Assab.....	7,8	9,0	18,1	22,3
	{ Péririm.....	36,6	4,6	35,1	23,3

N. B. — Les calculs intermédiaires figurent au Tableau VII de l'Appendice.

Les nombres qui précèdent montrent qu'aucune hypothèse de profondeur au-dessus de 43^m ne fournit d'accord entre les constantes harmoniques calculées et observées dans les deux stations.

Nous constatons de nouveau combien une faible variation de la profondeur moyenne du canal introduit un changement important dans les constantes harmoniques de la marée semi-diurne. Au contraire la marée diurne reste sensiblement la même quelle que soit l'hypothèse de profondeur.

17. Variation de largeur dans le canal 4. — Tenons compte maintenant de la rapide diminution de largeur qui se produit dans ce canal entre les sections 16 et 18, et faisons varier cette largeur suivant la loi exponentielle adoptée au début de ce Chapitre, $l = S e^{s(X - X_m)}$.

Nous déterminons S et s , en écrivant que pour

$$X = X_{16} = 0^R, 9827,$$

on a

$$l = l_{16} = 0^R, 0199,$$

et d'autre part que pour

$$X = X_{18} = 0^R, 3095,$$

on a

$$l = l_{18} = 0^R, 0043.$$

On trouve ainsi

$$S = 0,00925 \quad \text{et} \quad s = -57,17,$$

d'où

$$\frac{s}{2} = -28,585.$$

Bien que S n'intervienne pas dans la suite de cette étude, nous l'avons calculé pour nous rendre compte de l'erreur commise sur la largeur de la section intermédiaire 17.

Pour $X = X_{17} = 0^R, 3021$, le calcul donne $l = 0^R, 0065$, alors que la largeur observée est $0^R, 0104$. Le resserrement des rives est donc sensiblement exagéré par la formule $l = S e^{s(X - X_m)}$.

D'après la liste des valeurs de $\log \mu_4$ données au paragraphe 11, on voit que la variation des marées semi-diurnes est représentée

par la formule (30), tandis que la formule (29) représente la variation des marées diurnes.

En adoptant comme profondeur moyenne celle que donnent les sondages, soit 43^m, on trouve pour la variation de la marée M₂ dans le canal 4

$$\zeta = e^{2i(X-X_{16})} \times (U_4 \cos \beta X - V_4 \sin \beta X) + aX + b$$

avec

$$\alpha = 28,585, \quad \beta = 32,931;$$

$$a = -0,010 \cos m_2 t - 0,021 \sin m_2 t$$

$$b = -0,004 \quad -0,008$$

$$U_4 = -0,065 \quad +0,253$$

$$V_4 = 0,382 \quad -0,678$$

N. B. — Les calculs intermédiaires sont dans le Tableau VIII de l'Appendice.

Si dans la formule qui donne ζ , on remplace X successivement par les abscisses d'Assab et de Périm, on obtient pour les constantes harmoniques les valeurs suivantes (profondeur moyenne 43^m) :

Marée M₂.

	Assab.		Périm.	
	Calcul.	Observation.	Calcul.	Observation.
Amplitude.....	22 ^{cm} , 1	7 ^{cm} , 8	77 ^{cm} , 8	36 ^{cm} , 6
Heure cotidale.....	4 ^h , 9	9 ^h , 0	4 ^h , 2	4 ^h , 6

Les amplitudes calculées en tenant compte de la variation de largeur du canal 4 sont, on le voit, très différentes des quantités correspondantes quand on suppose la largeur constante. Nous remarquons toutefois que le désaccord subsiste entre le calcul et l'observation. La région nodale voisine d'Assab n'est plus indiquée par le calcul à sa place réelle.

Pour les mêmes considérations qu'au paragraphe précédent nous sommes amenée à reprendre les calculs en adoptant comme profondeur moyenne une valeur supérieure à 43^m.

Nous trouvons ainsi les résultats contenus dans le tableau ci-après :

M₂.

	Assab.		Périn.		Profondeurs.
	Amplitude.	Heure cotidale.	Amplitude.	Heure cotidale.	
	^{cm}	^h	^{cm}	^h	^m
Calcul.....	15,5	5,2	60,3	4,3	53
	9,6	7,6	46,9	4,3	63
	8,4	6,9	38,6	4,4	73
Observation....	7,8	9,0	36,6	4,6	

Pour la profondeur de 73^m il existe un accord satisfaisant, aussi bien à Assab qu'à Périn, entre les constantes harmoniques calculées et observées.

Il n'est donc pas douteux que nous sommes au voisinage de la solution.

Les calculs relatifs aux deux autres marées semi-diurnes S₂ et N₂, auxquels nous ajoutons les calculs pour S₂ (rectifiée), donnent avec la profondeur de 73^m les résultats suivants :

	Assab.		Périn.	
	Amplitude.	Heure cotidale.	Amplitude.	Heure cotidale.
	^{cm}	^h	^{cm}	^h
N ₂ .	Calcul.....	2,9	6,4	7,5
	Observation.....	2,2	8,9	10,5
S ₂ .	Calcul.....	4,6	6,4	11,0
	Observation.....	3,0	5,7	17,1
S ₂ (rectifiée)	Calcul.....	5,3	6,0	18,3
	Observation...	3,0	5,7	17,1

(Voir le Tableau VIII de l'Appendice.)

Nous remarquons encore une fois que les résidus relatifs à l'onde S₂ sont améliorés quand on adopte la marée S₂ (rectifiée) comme point de départ.

Ainsi les calculs s'accordent convenablement avec les observations, en ce qui concerne les marées semi-diurnes, quand on suppose que la profondeur moyenne du canal 4 est de 73^m.

La fonction suivante représente donc correctement la variation de la marée pour les ondes semi-diurnes, dans le canal 4 (profon-

leur moyenne : 7^3 m) :

$$\zeta_k = e^{2iX - X_{10}} (U_k \cos \beta X + V_k \sin \beta X) + aX + b$$

avec

$$\alpha = 28,585,$$

puis

$$(38) \quad \left\{ \begin{array}{l} \beta = 17,541 \\ \text{Pour l'onde } M_2, \left\{ \begin{array}{l} a = -0,016 \cos m_2 t - 0,033 \sin m_2 t \\ b = -0,007 \quad - 0,014 \\ U_k = -0,445 \quad + 0,825 \\ V_k = -0,232 \quad + 0,539 \end{array} \right. \\ \\ \beta = 19,698 \\ \text{Pour l'onde } S_2, \left\{ \begin{array}{l} a = -0,007 \cos s_2 t + 0,015 \sin s_2 t \\ b = -0,003 \quad - 0,006 \\ U_k = -0,069 \quad + 0,036 \\ V_k = -0,114 \quad + 0,108 \end{array} \right. \\ \\ \beta = 19,698 \\ \text{Pour l'onde } S_2 \\ \text{rectifiée,} \left\{ \begin{array}{l} a = -0,007 \cos s_2 t + 0,015 \sin s_2 t \\ b = -0,003 \quad - 0,006 \\ U_k = -0,113 \quad + 0,075 \\ V_k = -0,212 \quad + 0,191 \end{array} \right. \\ \\ \beta = 16,305 \\ \text{Pour l'onde } N_2, \left\{ \begin{array}{l} a = -0,003 \cos n_2 t + 0,007 \sin n_2 t \\ b = -0,001 \quad - 0,003 \\ U_k = 0,011 \quad + 0,349 \\ V_k = 0,008 \quad + 0,081 \end{array} \right. \end{array} \right.$$

Pour les marées diurnes, quelle que soit l'hypothèse de profondeur moyenne, on ne parvient pas à expliquer le relèvement d'amplitude qui se manifeste déjà à Assab. En adoptant 7^3 m, les amplitudes calculées à Assab et à Périn sont de quelques millimètres seulement, et de plus les heures cotidales calculées sont très différentes des heures observées (Tableau IX de l'Appendice).

18. Variation de largeur dans le canal I. — Avant de terminer cette étude nous avons cru utile de chercher si la variation de lar-

geur du canal 1 entre la section 1 et la section 10 apporte un changement appréciable dans les amplitudes et les heures calculées de la marée M_2 .

La formule qui représente la variation de largeur s'écrit ici

$$l = Se^{4,111\left(\lambda - \frac{\Sigma\alpha}{2}\right)}$$

et celle qui représente la variation de la marée

$$(39) \quad \zeta = e^{\alpha X} (U_1 \cos \beta X + V_1 \sin \beta X) + aX + b$$

avec

$$\alpha = -2,055; \quad \beta = 10,669;$$

$$a = 0,013 \cos m_2 t - 0,027 \sin m_2 t;$$

$$b = 0,003 \quad \quad \quad - 0,006;$$

$$U_1 = -0,117 \quad \quad \quad + 0,230;$$

$$V_1 = -0,011 \quad \quad \quad + 0,071.$$

Si dans la formule qui donne ζ on remplace X successivement par les abscisses de Koseir, Gidda et Port Sudan, on trouve pour les amplitudes et les heures calculées en ces stations les nombres suivants :

Marée M_2 .

	Koseir.		Gidda.		Port Sudan.	
	Ampli- tude.	Heure cotidale.	Ampli- tude.	Heure cotidale.	Ampli- tude.	Heure cotidale.
Largeur variable..	^{cm} 25	^h 3,9	^{cm} 7	^h 3,4	^{cm} 3,1	^h 2,9
Largeur constante.	24,5	3,8	5,2	3,1	2,6	11,8
Observation.....	21,9	3,7	7,4	4,1	0,9	6,8

$\Sigma(O - C) = -5^{cm}, 6$, $|O - C|_m = 1^{cm}, 9$ en tenant compte de la variation de largeur;

$\Sigma(O - C) = -2^{cm}, 1$, $|O - C|_m = 2^{cm}, 2$ dans le cas où la largeur est supposée constante.

Ces résultats montrent qu'on ne commet pas d'erreur appréciable en supposant constante la largeur du canal 1.

De même dans le canal 3, les amplitudes et les heures cotidales

des marées M_2 et K_1 , calculées en tenant compte de la variation de largeur, sont presque identiques aux nombres correspondants calculés dans l'hypothèse où la largeur reste constante.

19. **Résumé.** — En définitive la variation de la marée pour les ondes semi-diurnes M_2 , S_2 , N_2 est correctement représentée par les fonctions ζ_1 , ζ_2 , ζ_3 du paragraphe 11 (formules 35), et ζ_4 du paragraphe 17 (formules 38).

Pour les ondes diurnes K_1 , O_1 , P_1 , la variation de la marée est représentée de façon satisfaisante, jusqu'à la section 16 inclus, par les fonctions ζ_1 , ζ_2 , ζ_3 du paragraphe 11 (formules 35). Les fonctions ζ_4 du même paragraphe donnent bien l'heure cotidale exacte à Périm, mais non l'amplitude.

Si l'on admet la théorie de Harris, ces résultats peuvent s'expliquer de la façon suivante : il y a une résonance suffisante de la mer Rouge et de l'océan Indien avec la période semi-diurne, c'est pourquoi nous avons pu obtenir un nombre satisfaisant pour la marée semi-diurne à Périm. Au contraire, avec la période diurne, l'océan Indien seul est en bonne résonance et non la mer Rouge. De là une variation rapide pour l'amplitude de la marée diurne dans le détroit qui réunit ces deux bassins, variation que notre méthode de fractionnement en canaux partiels, applicable seulement à une mer étroite, se trouve impuissante à déceler,

On trouvera dans le tableau ci-joint les amplitudes et les heures cotidales des marées des six ondes principales, y compris l'onde S_2 (rectifiée), calculées au moyen des formules que nous venons de rappeler pour les diverses sections et pour les stations d'observations.

Les courbes en trait plein, à la fin du Chapitre IV, sont la traduction graphique de ce tableau.

TABLEAU XI.

Méthode de fractionnement en canaux de profondeur constante.

Point de départ : *Shermsheik*, extrémité fermée de la mer Rouge.

Sections et stations.	M ₂ .		S ₂ .		S ₂ (rect.).		N ₂ .		K ₁ .		O ₁ .		P ₁ .	
	A.	H.c.	A.	H.c.	A.	H.c.	A.	H.c.	A.	H.c.	A.	H.c.	A.	H.c.
Canal 1.														
	cm	h	cm	h	cm	h	cm	h	cm	h	cm	h	cm	h
Shermsheik...	25,1	3,9	4,0	4,8	7,4	4,8	8,0	2,9	2,3	11,2	0,7	11,9	0,8	10,5
2.....	25,1	3,8	4,0	4,6	7,3	4,7	8,0	2,9	2,0	11,0	0,5	12,0	0,7	10,9
Koseir.....	24,5	3,8	4,0	4,6	7,2	4,7	7,8	2,9	1,8	10,9	0,4	12,0	0,6	10,9
3.....	23,9	3,8	3,8	4,3	6,9	4,7	7,6	2,9	1,6	11,1	0,3	12,0	0,6	10,9
4.....	21,5	3,8	3,4	4,4	6,1	4,6	6,9	2,9	1,3	11,1	0,1	18,0	0,5	10,6
5.....	18,5	3,7	2,9	4,2	5,2	4,5	6,0	2,9	0,8	11,1	0,4	21,8	0,3	10,9
6.....	12,9	3,6	2,1	3,7	3,4	4,2	4,2	2,8	0,3	12,0	0,6	22,8	0,2	11,2
7.....	8,2	3,4	1,5	3,1	2,1	3,7	2,8	2,7	0,2	22,2	0,8	22,5	0,6	12,1
Gidda.....	5,2	3,1	1,1	2,5	1,3	3,0	1,8	2,6	0,5	22,2	1,0	22,9	0,1	21,2
8.....	3,8	2,7	1,1	2,1	1,1	2,3	1,3	2,6	0,5	22,6	1,1	22,5	0,1	21,2
Port Sudan...	2,6	11,8	1,2	0,8	1,5	0,2	0,3	11,4	1,0	22,8	1,3	22,8	0,3	22,9
9.....	2,7	11,6	1,2	0,8	1,6	0,1	0,4	10,9	1,0	22,8	1,3	22,8	0,3	22,9
10.....	6,1	10,6	1,7	0,0	2,6	11,5	1,4	9,3	1,2	22,4	1,5	22,5	0,3	22,9
Canal 2.														
11.....	12,6	10,1	2,6	11,3	4,4	11,0	3,5	9,0	1,5	22,5	1,5	22,5	0,4	23,2
12.....	22,1	10,0	4,0	10,8	7,2	10,8	6,5	9,0	2,0	22,4	1,7	22,6	0,5	22,7
13.....	29,4	9,9	5,0	10,6	9,1	10,7	8,9	9,0	2,4	22,4	1,8	22,5	0,7	22,4
Massaua.....	32,4	9,9	5,5	10,5	9,9	10,7	10,0	8,9	2,6	22,3	2,0	22,4	0,8	22,6
14.....	34,4	9,8	5,8	10,5	10,3	10,6	10,7	8,9	2,8	22,3	2,0	22,4	0,9	22,4
Canal 3.														
15.....	38,9	9,7	6,0	10,1	10,7	10,4	12,6	8,8	3,0	22,3	1,7	22,1	1,0	22,2
Kamaran.....	38,4	9,7	5,9	10,0	10,5	10,3	12,6	8,8	3,0	22,3	1,7	22,1	1,0	22,2
16.....	34,7	9,6	5,2	9,7	8,6	10,1	11,8	8,8	3,0	22,3	1,4	22,0	1,1	21,9
Canal 4.														
Assab.....	8,4	6,9	4,6	6,4	5,3	6,0	2,9	6,4						
Périm.....	38,6	4,4	11,0	5,5	18,3	5,1	7,5	3,3						

CHAPITRE IV.

MARÉES DU GOLFE DE SUEZ.

20. Au Chapitre VIII de sa *Théorie des Marées* (§ 116), Lévy insiste sur l'importance du frottement dans les canaux de faible profondeur. Il introduit des coefficients de frottement dans les formules où il étudie les marées du canal de Suez, entre Suez et le lac Amer, sur une longueur de 29^{km} . Dans cette partie, le canal a $8^{\text{m}},5$ de profondeur moyenne.

Le golfe de Suez, long de 300^{km} , n'a fait, à notre connaissance, l'objet d'aucune étude détaillée, exception faite des résultats approchés donnés par H. Poincaré (*Théorie des Marées*, § 234). La comparaison des calculs avec les observations donne, en adoptant une profondeur moyenne de 37^{m} , les résidus suivants :

0^{cm} à Suez, point de départ; puis, en centimètres : $+3$, $+13$, $+6$, $+16$, -26 , -15 pour les diverses stations jusqu'à Shadwan.

Nous allons appliquer à l'étude des marées dans ce golfe la méthode exposée au Chapitre précédent, en adoptant Suez comme point de départ.

Nous verrons que l'accord entre la théorie et l'observation pour les marées des six ondes principales M_2 , S_2 , N_2 , K_1 , O_1 , P_1 permet d'affirmer qu'on peut déjà négliger le frottement dans un canal de 45^{m} de profondeur moyenne, contrairement à l'opinion de Lévy qui estime nécessaire d'introduire ce facteur quand la profondeur est inférieure à 100^{m} .

Réunissons d'abord les données numériques qui sont relatives aux constantes harmoniques de la marée à Suez, aux profondeurs du golfe, et au potentiel générateur des diverses ondes.

21. **Données numériques.** — 1^o *Constantes harmoniques.* — Nous trouvons dans le Tableau I du Chapitre I de ce Mémoire les constantes harmoniques pour cinq stations d'observations situées dans le golfe de Suez : Suez, Zafarana, Ras Gharib, Tor, Asharafi.

Les marées relatives aux six ondes principales ont, à Suez, extrémité fermée du golfe, qui nous sert de point de départ, les valeurs suivantes :

Ondes.	ζ .
(40) $\left\{ \begin{array}{l} M_2 \dots\dots\dots \\ S_2 \dots\dots\dots \\ N_2 \dots\dots\dots \\ K_1 \dots\dots\dots \\ O_1 \dots\dots\dots \\ P_1 \dots\dots\dots \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,560 \cos(m_2 t - 277) \\ 0,140 \cos(s_2 t - 302) \\ 0,180 \cos(n_2 t - 248) \\ 0,050 \cos(k_1 t - 157,5) \\ 0,010 \cos(o_1 t - 183,5) \\ 0,015 \cos(p_1 t - 157,5) \end{array} \right.$

2° *Distances et profondeurs.* — Sur une carte à grande échelle du Service hydrographique nous avons mené entre Suez et Jubal une ligne équidistante des bords du golfe, et nous avons compté les distances sur cet axe en prenant Suez comme origine. La largeur moyenne du golfe est de 40^{km} environ.

Deux séries de mesures effectuées sur la carte à un millimètre près, ont donné, en rayons terrestres, les nombres suivants pour les abscisses x des sections perpendiculaires à l'axe et passant par les stations d'observations :

Stations.....	Zafarana.	Ras Gharib.	Tor.	Asharafi.	Shadwan.
Distances à Suez....	0 ^R ,01437	0 ^R ,02898	0 ^R ,03526	0 ^R ,04237	0 ^R ,04847

Comme la connaissance exacte des profondeurs est d'autant plus importante que le canal est moins profond, nous avons relevé le plus de sondages possibles.

Entre Suez et Jubal nous avons tracé 17 sections équidistantes, perpendiculaires à l'axe. Le long de chacune d'elles nous avons noté les divers sondages indiqués sur la carte et calculé leur moyenne h_m à l'aide de la formule (1) du Chapitre I.

Nous avons ainsi obtenu les nombres suivants :

TABLEAU XII.

Sections.	Distance à Suez.	Profon- deur h_m .	Nombre de sondages.
	cm	m	
1.....	0	5	1
2.....	5	26	7
3.....	10	38	9
4.....	15	39	5
5.....	20	49	7
6.....	25	37	8
7.....	30	49	11

TABLEAU XII (*suite*).

Sections.	Distance à Suez.	Profon- deur h_m .	Nombre de sondages
	^{cm}	^m	
8.	35	43	10
9.	40	42	11
10.	45	35	9
11.	50	45	8
12.	55	46	8
13.	60	42	9
14.	65	58	9
15.	70	55	8
16.	75	31	10
17.	80	64	14

La section 17 est à 1^{km} environ au nord de Jubal.

Il ressort de ce tableau que la profondeur moyenne ne varie que de quelques mètres quand on passe d'une section à la suivante; il est donc naturel de considérer d'abord le golfe de Suez comme un canal ayant une profondeur constante égale à

$$\frac{1}{x'_{17}} \int_0^{x'_{17}} h_m dx = 41^m, 8.$$

22. Potentiel générateur. — A cause de la faible profondeur du golfe, les termes relatifs au potentiel, qui entrent dans le calcul de la marée, sont très petits, et nous pourrions utiliser l'expression qui figure dans le Chapitre précédent

$$\frac{W}{g} = A' + B'X + CX^2,$$

où X a des valeurs négatives entre Shermshaik et Suez.

Le Tableau XI de l'Appendice donne l'erreur commise sur le potentiel à Suez quand on emploie ce développement.

Comme nous comptons les distances à partir de Suez, nous mettrons l'expression précédente sous la forme $A'' + B''x + Cx^2$ où

$$B'' = B' - 2Cl,$$

l , distance à Suez de la section passant par Shermshaik, est égale à 0^R, 045. Les B'' calculés par cette formule pour les six ondes

principales ont pour valeurs :

$$(41) \quad \begin{array}{l} \text{Ondes.} \\ \left\{ \begin{array}{l} M_2 \dots\dots\dots - 0,111 \cos m_2 t - 0,302 \sin m_2 t \\ S_2 \dots\dots\dots - 0,052 \cos s_2 t - 0,140 \sin s_2 t \\ N_2 \dots\dots\dots - 0,022 \cos n_2 t - 0,059 \sin n_2 t \\ K_1 \dots\dots\dots - 0,168 \cos k_1 t + 0,001 \sin k_1 t \\ O_1 \dots\dots\dots - 0,119 \cos o_1 t \\ P_1 \dots\dots\dots - 0,056 \cos p_1 t + 0,001 \sin p_1 t \end{array} \right. \end{array} \quad \begin{array}{l} B'' \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}$$

Les valeurs de C figurent au Chapitre I.

23. Calcul de la marée dans le golfe de Suez. — Grâce à ces éléments, il est possible d'étudier la variation de la marée le long de l'axe du golfe.

Avec les notations du Chapitre III, on a les valeurs suivantes pour les constantes d'intégration :

$$U = \zeta_E - \frac{2C}{\mu_1^2},$$

$$V = - \frac{B''}{\mu_1},$$

d'où

$$\zeta = \left(\zeta_E + \frac{2C}{\mu_1^2} \right) \cos \mu_1 x - \frac{B''}{\mu_1} \sin \mu_1 x - \frac{2C}{\mu_1^2}.$$

Occupons-nous d'abord de la marée relative à l'onde principale M_2 .

Si, dans la formule qui donne μ en fonction de h , on remplace h par 42^m ou 0^R,00000658, profondeur calculée plus haut, à l'aide des sondages, on trouve un accord assez satisfaisant entre les amplitudes calculées et les amplitudes observées (*voir* le premier tableau ci-après).

La somme algébrique des $O - C$ est $-1^{\text{cm}},6$, la moyenne de leurs valeurs absolues est $4^{\text{cm}},4$.

Il est intéressant de chercher dans quelle mesure varient ces quantités quand la profondeur adoptée est un peu différente.

C'est pourquoi nous avons d'abord refait les calculs des U, V, ζ avec la profondeur 44^m et ensuite avec 46, 48, 50^m.

Pour ces profondeurs comprises entre 42 et 50^m nous avons obtenu les $O - C$ suivants :

Marée M₂.

Profondeurs.	42 ^m .	44 ^m .	46 ^m .	48 ^m .	50 ^m .
	cm	cm	cm	cm	cm
O — C à Zafarana	—2,4	—2,8	—3,3	—3,6	—4,1
» Ras Gharib	+2,7	+1,2	—0,3	—1,6	—2,9
» Tor	+7,5	+5,7	+3,7	+2,0	+0,4
» Asharafi	—3,7	—1,5	—0,6	+2,9	+4,7
» Shadwan	—5,7	—3,8	—1,1	+1,2	+3,3
Σ (O — C)	—1,6	—1,2	—0,4	+0,9	+1,4
O — C _m	4,4	3,0	1,8	2,3	3,1

L'examen de ce tableau permet de conclure que la profondeur qui satisfait le mieux à l'ensemble des observations est environ 46^m; elle ne diffère que de 4^m de la profondeur calculée par les sondages.

Des calculs analogues portant sur la marée N₂, la plus importante après M₂, donnent un résultat très voisin du précédent. Voici les O — C des amplitudes pour des profondeurs moyennes de 46 et de 48^m.

Marée N₂.

Profondeurs.	46 ^m .	48 ^m .
	cm	cm
O — C à Zafarana	—1,3	—0,7
» Ras Gharib	—0,7	—1,0
» Tor	—0,5	0,0
» Asharafi	+1,0	+1,6
» Shadwan	0,3	+1,0
Σ (O — C)	—0,2	+1,1
O — C _m	0,8	0,9

C'est encore la profondeur de 46^m qui donne ici les meilleurs résultats.

Nous avons laissé de côté dans cette recherche la marée S₂, car son amplitude observée à Shadwan est manifestement trop faible, ainsi que l'accusent les observations relatives à cette onde dans les stations de la mer Rouge (*voir* fin du Chapitre III).

En adoptant comme profondeur moyenne 46^m, nous obtenons pour la représentation des marées des six ondes principales dans le golfe de Suez les fonctions suivantes :

$$(42) \quad \left\{ \begin{array}{ll} \text{Ondes.} & \zeta. \\ M_2 \dots\dots\dots & (0,068 \cos \mu x + 0,003 \sin \mu x) \cos m_2 t \\ & - (0,556 \cos \mu x - 0,007 \sin \mu x) \sin m_2 t \\ S_2 \dots\dots\dots & (0,074 \cos \mu x + 0,001 \sin \mu x) \cos s_2 t \\ & - (0,119 \cos \mu x - 0,003 \sin \mu x) \sin s_2 t \\ N_2 \dots\dots\dots & (-0,068 \cos \mu x + 0,005 \sin \mu x) \cos n_2 t \\ & - (0,167 \cos \mu x - 0,001 \sin \mu x) \sin n_2 t \\ K_1 \dots\dots\dots & (-0,046 \cos \mu x + 0,008 \sin \mu x) \cos k_1 t \\ & - (0,020 \cos \mu x - 0,001) \sin k_1 t \\ O_1 \dots\dots\dots & (-0,010 \cos \mu x + 0,006 \sin \mu x) \cos o_1 t \\ & - 0,001 \sin o_1 t \\ P_1 \dots\dots\dots & (-0,014 \cos \mu x + 0,002 \sin \mu x) \cos p_1 t \\ & + 0,006 \cos \mu x \sin p_1 t \end{array} \right.$$

D'autre part les $\log \mu$ des diverses ondes sont égaux à

1,62508	pour	M_2 .
1,64005	»	S_2 .
1,61685	»	N_2 .
1,34020	»	K_1 .
1,30728	»	O_1 .
1,33783	»	P_1 .

N. B. — Le Tableau X de l'Appendice donne les calculs intermédiaires.

24. **Comparaison avec les observations.** — En remplaçant, dans les expressions précédentes, x successivement par les distances des stations à Suez, on trouve les amplitudes suivantes que nous comparons aux amplitudes observées :

TABLEAU XIII.
Ondes semi-diurnes.

	M_2 .			S_2 .			N_2 .		
	Obs.	Calc.	O — C.	Obs.	Calc.	O — C.	Obs.	Calc.	O — C.
	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm
Suez.....	56,0	56,0	»	14,0	14,0	»	18,0	18,0	»
Zafarana...	42,4	45,7	-3,3	12,7	11,3	+1,4	13,6	14,9	-1,3
Ras Gharib.	18,2	18,5	-0,3	7,0	4,1	+2,9	5,8	6,5	-0,7
Tor.....	7,8	4,1	+3,7	1,9	0,3	+1,6	2,5	2,0	+0,5
Asharafi...	13,4	12,8	+0,6	4,0	4,1	-0,1	4,3	3,3	+1,0
Shadwan...	25,1	25,2	-1,1	4,0	7,4	-3,4	8,0	7,7	+0,3
$\Sigma(O - C)_{..}$	»	»	-0,4	»	»	+2,4	»	»	-0,2
$ O - C _{m..}$	»	»	1,8	»	»	1,9	»	»	0,8

On les diurnes.

	K ₁ .			O ₁ .			P ₁ .		
	Obs.	Calc.	O — C.	Obs.	Calc.	O — C.	Obs.	Calc.	O — C.
	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm
Suez.....	5	5	»	1	1	»	1,5	1,5	»
Zafarana...	»	»	»	1,1	0,9	+0,2	»	»	»
Ras Gharib.	3,0	3,5	—0,5	1,8	0,5	+1,3	1,0	1,1	—0,1
Tor.....	3,8	3,0	+0,8	1,5	0,4	+1,1	1,2	1,0	+0,2
Asharafi...	2,3	2,5	—0,2	1,6	0,2	+0,4	0,8	0,8	0,0
Shadwan...	2,3	2,8	—0,5	0,7	0,2	—0,5	0,8	0,6	—0,2
Σ(O — C)...	»	»	—0,4	»	»	+3,5	»	»	+0,3
O — C _{m.}	»	»	0,5	»	»	0,5	»	»	0,1

On voit d'après les deux tableaux précédents que l'accord entre la théorie et l'observation est très satisfaisant en ce qui concerne les amplitudes des six ondes principales.

Dans le tableau qui suit on trouvera les heures cotidales calculées comparées aux heures cotidales observées dans les diverses stations.

TABLEAU XIV.

	M ₂ .		S ₂ .		N ₂ .		K ₁ .		O ₁ .		P ₁ .	
	O.	C.	O.	C.	O.	C.	O.	C.	O.	C.	O.	C.
	h	h	h	h	h	h	h	h	h	h	h	h
Suez.....	9,2	9,2	10,1	10,1	8,3	8,3	10,5	10,5	12,2	12,2	10,5	10,5
Zafarana.....	9,3	9,2	10,0	10,1	8,3	8,3	»	10,4	13,3	12,4	»	10,4
Ras Gharib...	9,1	9,2	10,1	10,2	8,1	8,3	»	10,3	10,5	12,8	»	10,3
Tor.....	6,8	9,4	7,6	11,1	5,8	8,2	10,9	10,3	10,6	12,9	10,9	10,3
Asharafi.....	3,9	3,2	4,8	3,9	2,9	2,3	11,2	10,2	10,2	13,7	11,2	10,1
Shadwan.....	3,9	3,2	4,8	4,0	2,9	2,3	11,2	10,0	11,9	13,8	10,5	10,1

L'accord est en général satisfaisant entre le calcul et l'observation; toutefois nous remarquons que la ligne nodale des marées semi-diurnes est indiquée par le calcul un peu au sud de sa position observée.

Sur les graphiques ci-après on a représenté la variation des marées des six ondes principales le long du golfe de Suez. Afin d'avoir une meilleure détermination, nous avons calculé ζ pour deux stations fictives : l'une, située à égale distance de Suez et de

Zafarana, a pour abscisse $x = 0^{\text{R}}, 00719$; l'autre, équidistante de Zafarana et de Ras Gharib, a pour abscisse $x = 0^{\text{R}}, 02168$.

Les centres des petits cercles correspondent aux amplitudes observées. La variation de l'amplitude calculée est figurée en trait plein. Les heures cotidales observées et calculées sont inscrites en regard des stations correspondantes.

Remarque au sujet de l'onde P_1 . — Nous avons noté au Chapitre I que le tableau des constantes harmoniques publié dans le Mémoire du Professeur Vercelli ne contient pas l'amplitude et la phase de l'onde P_1 à Suez.

Comme les phases des ondes K_1 et P_1 sont égales à Tor, à Asharafi, et à Shadwan, il nous a paru légitime d'admettre qu'il en est de même à Suez.

C'est donc K_1^0 qui a servi de point de départ pour les calculs relatifs à l'onde P_1 .

Nous venons de constater que les heures cotidales de cette onde calculées pour les diverses stations du golfe sont ainsi d'accord avec les heures observées.

Si l'on adopte pour P_1 à Suez la phase donnée dans le *Manual of tides* américain, pour 1904, p. 350, soit $P_1^0 = 112^\circ$, d'où $\alpha = 79^\circ, 5$, les heures cotidales calculées pour les autres stations sont en désaccord complet avec les heures observées. Ce résultat confirme le bien-fondé de notre hypothèse sur la phase de P_1 à Suez.

25. Détermination de la profondeur moyenne d'un golfe par les constantes harmoniques de deux de ces points. — Si dans la formule qui donne la variation de la marée dans le golfe de Suez (§ 23), on néglige les termes relatifs au potentiel générateur, les résultats qu'on obtient s'écartent très peu des premiers. La différence des amplitudes calculées avec et sans potentiel pour les six ondes principales ne dépasse pas le centimètre.

Comme dans ce cas $U = \zeta_{\text{Suez}}$ et $V = 0$, on a

$$(43) \quad \zeta = \zeta_{\text{Suez}} \cos \mu x.$$

Ainsi, dans un golfe dont la profondeur « réduite » ne varie guère, la marée est représentée avec une bonne approximation par une

fonction trigonométrique simple de la distance à l'extrémité fermée.

L'amplitude est maxima à l'extrémité du golfe et en tous les points dont les sections perpendiculaires à l'axe ont pour abscisses

$$x = \frac{k\pi}{\mu}, \quad \text{où} \quad (k = 1, 2, 3, \dots),$$

elle s'annule au contraire pour

$$x = (2k + 1) \frac{\pi}{2\mu}, \quad \text{où} \quad (k = 1, 2, 3, \dots).$$

Ces points sont les nœuds du golfe.

Dans les régions séparées par un nœud, l'heure cotidale différera de 6 heures pour les ondes semi-diurnes et de 12 heures pour les ondes diurnes.

Comme x ne peut dépasser la longueur l du golfe et, que d'autre part, on a $\mu^2 = -\frac{\lambda^2}{gk}$, on voit qu'étant donnés deux golfes de même longueur, c'est le moins profond qui a le plus de nœuds; si deux golfes ont même profondeur moyenne, c'est le plus long qui a le plus de nœuds.

On peut à l'aide de la formule (43) calculer, à quelques mètres près, la profondeur moyenne d'un golfe quand on connaît le nombre de ses nœuds et les constantes harmoniques de deux de ses points.

A notre connaissance ce problème n'a pas encore été traité. Soient $A_n, \alpha_n, A_k, \alpha_k$ les constantes relatives aux deux stations n et k ; A_0 et α_0 les constantes relatives à l'extrémité fermée du golfe (lesquelles peuvent d'ailleurs n'être pas connues); on a les identités

$$\begin{aligned} A_n \cos \alpha_n &= A_0 \cos \alpha_0 \cos \mu x_n, & A_n \sin \alpha_n &= A_0 \sin \alpha_0 \cos \mu x_n, \\ A_k \cos \alpha_k &= A_0 \cos \alpha_0 \cos \mu x_k, & A_k \sin \alpha_k &= A_0 \sin \alpha_0 \cos \mu x_k. \end{aligned}$$

En éliminant $A_0 \cos \alpha_0$ entre les deux équations du premier groupe, ou $A_0 \sin \alpha_0$ entre les deux équations du second groupe, on trouve pour déterminer μ , et par suite h quand on fait choix d'une onde particulière, les équations suivantes qui se réduisent à une seule :

$$(44) \quad \begin{cases} A_n \cos \alpha_n \cos \mu x_k - A_k \cos \alpha_k \cos \mu x_n = 0, \\ A_n \sin \alpha_n \cos \mu x_k - A_k \sin \alpha_k \cos \mu x_n = 0. \end{cases}$$

Suivant que les α seront voisins d'un multiple de π ou de $\frac{\pi}{2}$ on emploiera l'une ou l'autre de ces équations.

La connaissance du nombre des nœuds permettra de choisir les racines μ_n qui conviennent au problème.

Supposons en effet que les observations aient révélé que le golfe possède p nœuds; en ce cas $\cos \mu x$ s'annule au moins p fois, mais non $p + 1$ fois, entre le fond et le débouché du golfe; on a donc, puisque l est la longueur du golfe, la double inégalité

$$(2p-1)\frac{\pi}{2} < \mu l < (2p+1)\frac{\pi}{2}$$

ou

$$(45) \quad (2p-1)\frac{\pi}{2l} < \mu < (2p+1)\frac{\pi}{2l}.$$

On tracera sur du papier quadrillé les courbes

$$Y = \Lambda_n \cos z_n \cos \mu x_k \quad \text{et} \quad Y = \Lambda_k \cos z_k \cos \mu x_n$$

pour les valeurs de μ comprises entre $(2p-1)\frac{\pi}{2l}$ et $(2p+1)\frac{\pi}{2l}$, et l'on notera sur le graphique les valeurs de μ pour lesquelles $Y = -Y$; on les calculera ensuite avec plus de précision (à 1 unité près est suffisant) par approximations successives.

Si en particulier on connaît les constantes harmoniques du fond du golfe (station n par exemple), l'équation (44) se simplifie et s'écrit, puisque $\cos \mu x_n = 1$,

$$(44 \text{ bis}) \quad \cos \mu x_k = \frac{\Lambda_k \cos z_k}{\Lambda_n \cos z_n} = \frac{\Lambda_k \sin z_k}{\Lambda_n \sin z_n}.$$

Cette équation a une infinité de racines, toutes comprises dans la formule

$$\mu_{hi} = \frac{2\pi i}{x_k} \pm \mu_0 \quad (i = 1, 2, 3, \dots)$$

en appelant μ_0 la plus petite racine en valeur absolue.

La racine μ_h satisfaisant aux inégalités (45) sera la solution du problème.

26. Application au golfe de Suez, qui est uninodal. — 1° L'une des stations est Suez, fond du golfe.

Adoptons les constantes harmoniques de la marée M_2 et associons à Suez successivement toutes les autres stations du golfe.

Formons

$A_n \sin \alpha_n = -0,556$	à Suez,
$A_k \sin \alpha_k = -0,418$	à Zafarana,
» $= -0,182$	à Ras Gharib,
» $= -0,032$	à Tor,
» $= 0,119$	à Asharafi,
» $= 0,224$	à Shadwan.

Puis résolvons l'équation (44 bis) par rapport à μ .

Comme $l = 0^R,05$ et $p = 1$, les conditions (45) s'écrivent ici

$$31 < \mu < 94.$$

Nous donnons dans le tableau suivant la valeur de μ qui convient au problème dans chacune des cinq équations envisagées, ainsi que la profondeur h_{calc} qu'on en déduit.

TABLEAU XV.

Stations associées.		μ_0 à 0,1 près.	$h_{\text{calc.}}$	$h_{\text{obs.}}$	$h_{\text{obs.}} - h_{\text{calc.}}$
$n.$	$k.$				
Suez	Zafarana.....	49,7	33 ^m	42 ^m	+9 ^m
„	Ras Gharib.....	42,7	45		—3
„	Tor.....	43,0	44		—2
„	Asharafi.....	42,0	46	—	—4
„	Shadwan.....	41,1	49		—7

2° Aucune des deux stations n'est au fond du golfe.

Associons par exemple à Ras Gharib toutes les autres stations, excepté Suez, et résolvons l'équation (44) par rapport à μ , en tenant compte des conditions (45).

Après quelques approximations successives guidées par la résolution graphique, on parvient aux résultats suivants :

TABLEAU XVI.

Stations associées.		φ_0 à 0,1 près.	$h_{\text{calc.}}$	$h_{\text{obs.}}$	$h_{\text{obs.}} - h_{\text{calc.}}$
$n.$	$k.$				
Ras Gharib	Zafarana.....	41,5	48 ^m	42 ^m	—6 ^m
»	Tor.....	42,9	44		—2
»	Asharafi.....	42,3	46		—4
»	Shadwan.....	41,5	48		—6

Les Tableaux XV et XVI nous montrent que les constantes harmoniques de deux stations quelconques permettent de calculer la profondeur du golfe de Suez, à 5^m près en moyenne. A part la combinaison Suez-Zafarana qui donne pour la profondeur un nombre un peu faiblé, les $h_{\text{calc.}}$ tirées des huit autres combinaisons, sont en très bon accord.

Leur moyenne est 46^m. Les sondages avaient donné 42^m. Remarquons qu'au paragraphe (23), où l'on tenait compte du potentiel générateur, nous avons finalement adopté 46^m comme profondeur moyenne.

CONCLUSIONS.

27. L'accord très satisfaisant entre la théorie et l'observation à Shadwan pour les amplitudes et les heures cotidales des six ondes principales prouve que la simple connaissance de la marée à Suez est suffisante si l'on veut calculer la marée jusqu'à Périn (inclus) pour les ondes semi-diurnes et jusqu'à la section 16 de la mer Rouge (à 100^{km} au nord de Périn) pour les ondes diurnes. Ce faisant, l'erreur commise sur chaque marée ne dépasse pas en moyenne 2^{cm}.

Voici le détail des $\Sigma(\text{O} - \text{C})$ et des $|\text{O} - \text{C}|_m$.

	Amplitudes.			
	$M_2.$	$S_2.$	$S_2(\text{rect.}).$	$N_2.$
$\Sigma(\text{O} - \text{C}).$	—9 ^{cm} , 7	+17 ^{cm} , 9	—2 ^{cm} , 8	—2 ^{cm} , 5
$ \text{O} - \text{C} _m.$	2 ^{cm} , 1	2 ^{cm} , 4	1 ^{cm} , 6	1 ^{cm} , 0

Entre Suez et Périn (12 stations).

Entre Suez et la section 16 (10 stations).

	Amplitudes.		
	K ₁ .	O ₁ .	P ₁ .
Σ(O — C).....	+2 ^{cm} .9	+5 ^{cm} .7	+2 ^{cm} .1
{ O — C } _m	0 ^{cm} .9	0 ^{cm} .8	0 ^{cm} .4

D'autre part, à quelques fractions d'heure près, il y a accord jusqu'à Périn inclus, entre les heures cotidales calculées et observées pour toutes les ondes.

On peut encore tirer des recherches faites dans ce Mémoire plusieurs renseignements dont les plus importants sont assurément que le frottement et les marées de la croûte solide du Globe ne jouent pas un rôle appréciable dans les marées de la mer Rouge, ni même dans celles d'un golfe large et peu profond comme le golfe de Suez.

D'autre part, dans ce golfe, les variations de largeur sont sans influence appréciable sur la marée, et le fait que les amplitudes calculées pour des points de l'axe du golfe s'accordent de façon satisfaisante avec les amplitudes observées dans le voisinage des bords, montre que la marée est sensiblement la même le long d'une section perpendiculaire à l'axe.

En appliquant à l'étude des marées de la mer Rouge la méthode de « fractionnement en canaux de profondeur constante », nous avons constaté qu'il n'y a pas avantage à découper la mer en un très grand nombre de parties.

L'allure générale de la variation de la profondeur moyenne sera toujours un guide suffisant dans le choix des canaux partiels.

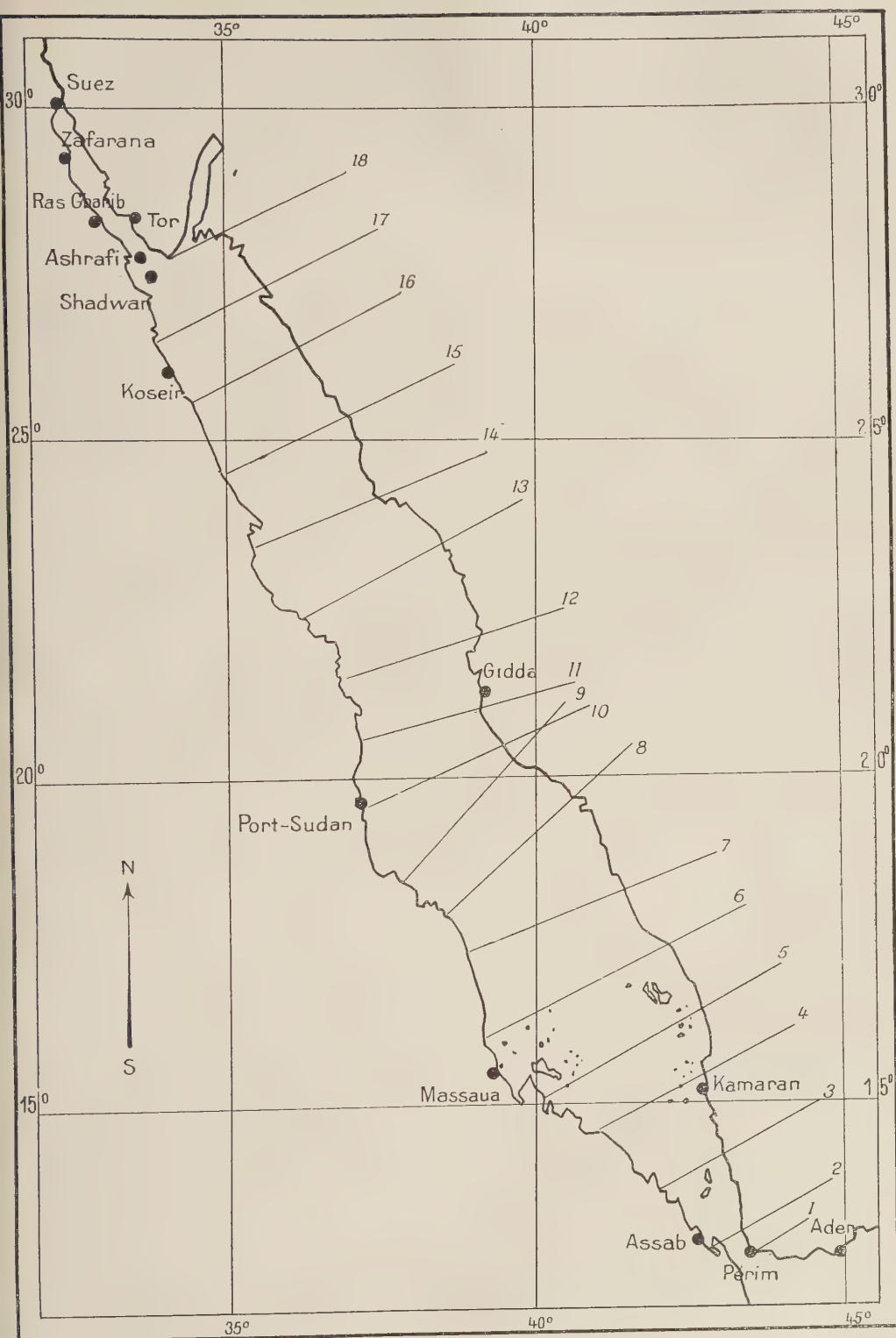
En outre, nous avons remarqué qu'on ne commet pas d'erreur systématique en négligeant le potentiel générateur, aussi bien dans la mer Rouge que dans le golfe de Suez. Cette suppression permettrait de simplifier beaucoup les calculs.

Enfin les formules qui représentent la variation de la marée dans la région où la profondeur moyenne est supérieure à 140^m environ, ce qui a lieu pour les canaux 1, 2, 3, ont été établies en adoptant la profondeur déduite des sondages. Nous avons vu (§ 15) qu'avec une profondeur assez différente de celle-ci les résultats relatifs aux

amplitudes et aux heures cotidales sont à peine modifiés. En particulier, dans les régions où la profondeur moyenne est de l'ordre de 800^m , il est indifférent de commettre une erreur de 100^m sur cette quantité.

Mais pour représenter correctement la marée dans le canal 4 et dans le golfe de Suez, région où la profondeur moyenne est inférieure à 80^m , nous avons dû procéder par approximations successives : une variation de 2^m seulement sur une profondeur de 44^m (golfe de Suez) produit dans la marée d'une onde semi-diurne une variation d'amplitude qui, en certaines régions, peut dépasser 2^m . Comme les sondages sont plus nombreux dans les régions de faible profondeur, nous sommes donc assurée de trouver, après quelques tâtonnements autour du nombre calculé par les sondages, la profondeur qui satisfait le mieux à l'ensemble des observations.

Il est évident que la méthode de fractionnement en canaux de profondeur constante se prête aisément à ce genre de recherches, tandis que la méthode de Ritz est d'un maniement beaucoup plus pénible. Chaque hypothèse sur la profondeur moyenne d'une ou de plusieurs sections nécessite un nouveau calcul de toutes les intégrales où entre cette quantité, ainsi qu'une nouvelle résolution des systèmes d'équations en α_i . Toutefois il serait intéressant, ainsi que le suggère M. Fichot, de reprendre l'étude des marées dans la mer Rouge par la méthode de Ritz, mais en adoptant comme point de départ Kamaran, au lieu de Périn. Il paraît évident, en effet, d'après les résultats fournis par la méthode des canaux partiels que les résidus systématiquement négatifs trouvés dans le Chapitre II sont dus à ce fait que la variation de la profondeur dans le canal 4, qui aboutit à Périn, n'est pas connue avec assez d'exactitude, et cela suffit pour fausser tous les résultats. Au contraire, dans la région de Kamaran, le rôle joué par la profondeur étant moindre, ainsi que nous l'avons démontré, il n'est pas douteux, qu'en partant de cette station, on parviendrait à des O — C satisfaisants avec la méthode de Ritz.



Carte schématique de la mer Rouge.

● Stations d'observations.

N. B. — Les sections sont numérotées de 1 à 18.

Marée M_2 .

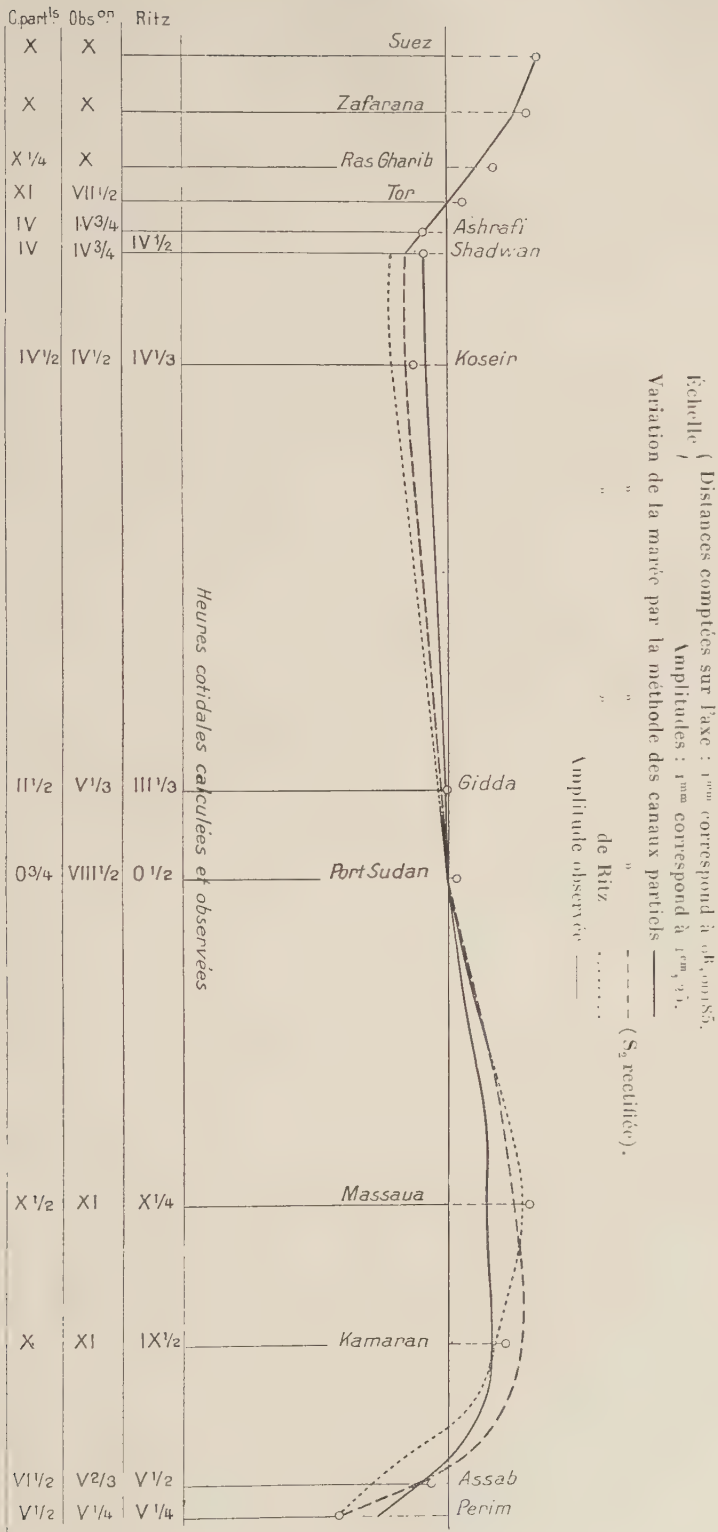
Echelle { Distances comptées sur l'axe : 1 mm correspond à 0^h, 00185
 Amplitudes : 1 mm correspond à 1^{mm}, 25.

Variation de la marée par la méthode des canaux partiels

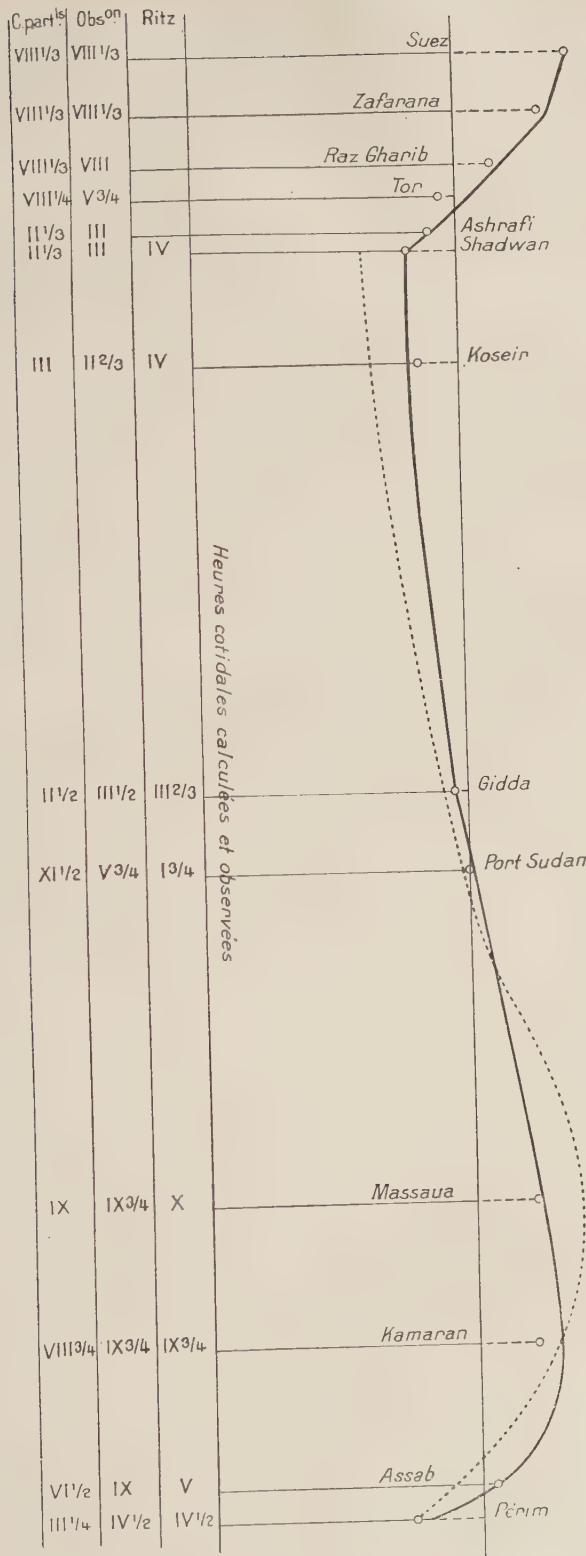
de Ritz

Amplitude observée

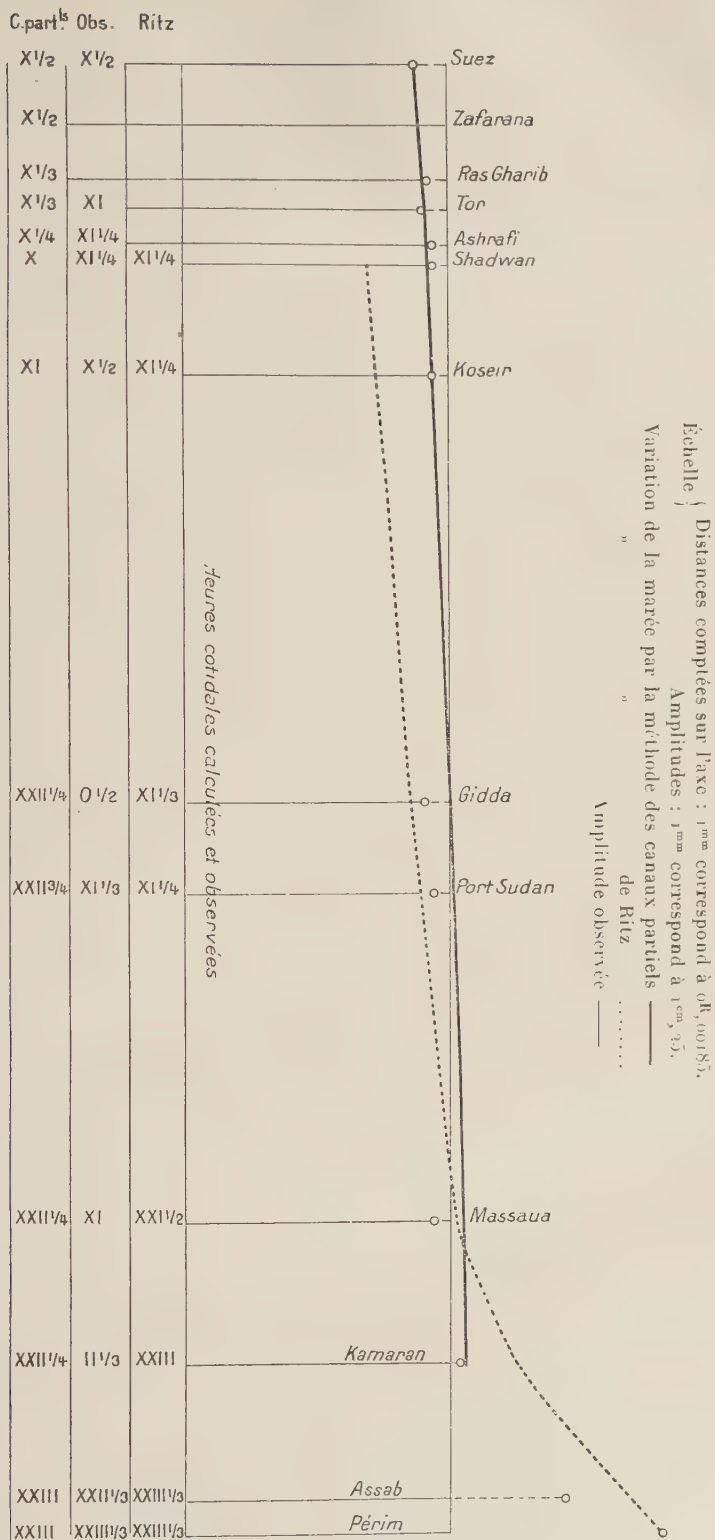
Marée S.



Marée N₂.

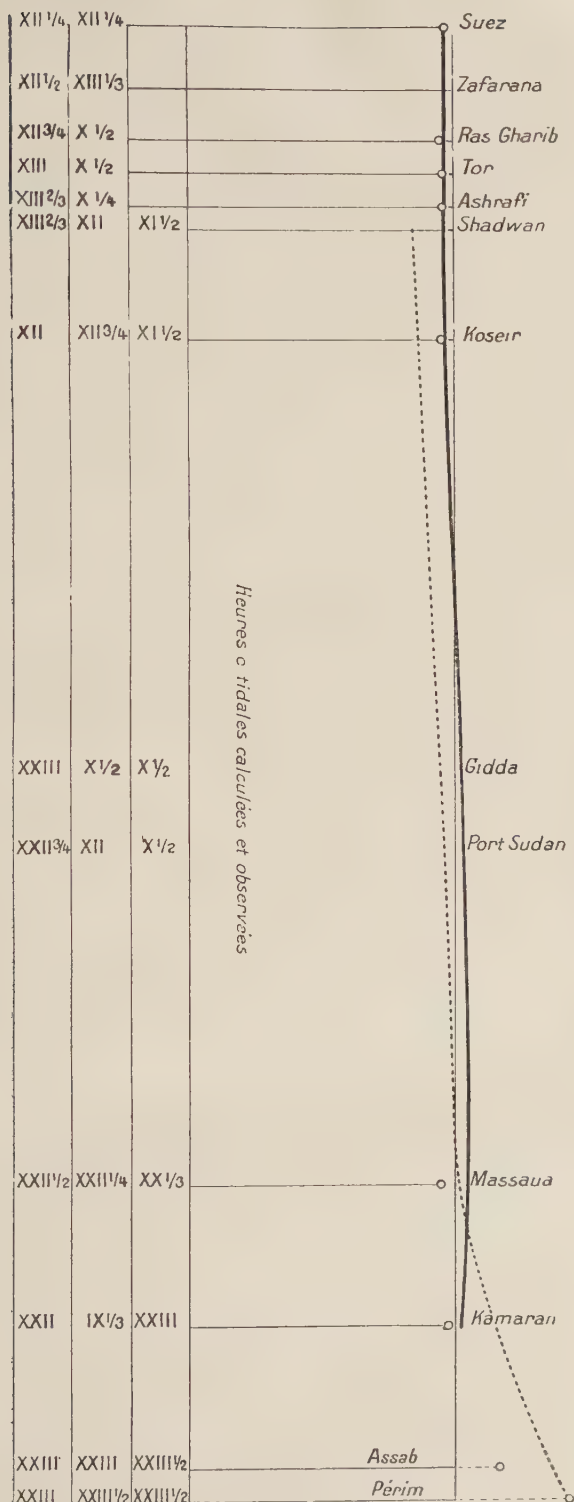


Échelle (Distances comptées sur l'axe : 1^{mm} correspond à 0^h 00' 18".
 Pour les amplitudes : 1^{mm} correspond à 1^{cm} 25.
 Variation de la marée par la méthode des canaux partiels ———
 de Ritz
 Amplitude observée ———



Marée O₁.

Canalis Observ Ritz

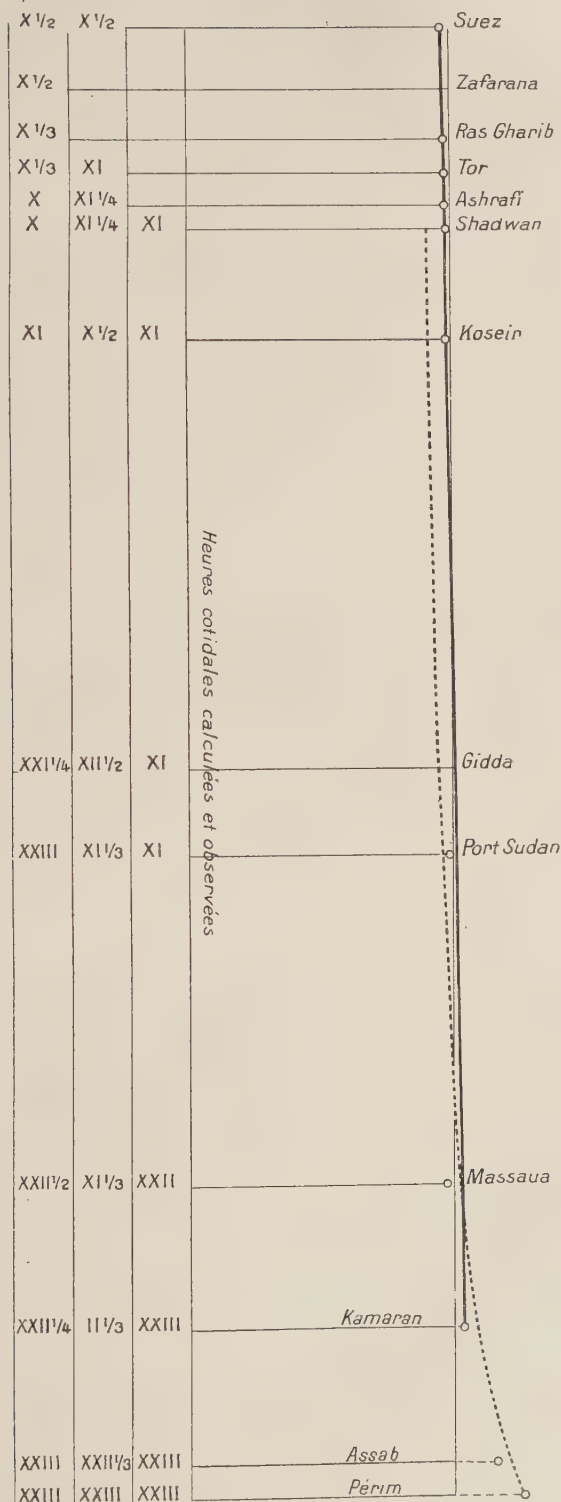


Échelle } Distances comptées sur l'axe : 1^{mm} correspond à 0^m,00185.
 Amplitudes : 1^{mm} correspond à 1^{cm},25.
 Variation de la marée par la méthode des canaux partiels
 de Ritz
 Amplitude observée ———
 Amplitude calculée - - - - -

Heures o tidales calculées et observées

Marée P₁.

C. part^{ls} Obser^{on} Ritz



Échelle } Distances comptées sur l'axe : 1^{me} correspond à 0^h. 00^m 18^s.
 Amplitudes : 1^{me} correspond à 1^m. 00.
 Variation de la marée par la méthode des canaux partiels
 de Ritz
 Amplitude observée

APPENDICE.

TABLEAU I.

Vérifications des équations en α_l .

Ondes.	[ξ].	B.	C.	Ondes.	[ξ].	B.	C.
<i>1^{re} équation.</i>				<i>2^e équation.</i>			
Au lieu de :				Au lieu de :			
—	72100	13510	2905	—	35700	560	— 750
on trouve :				on trouve :			
M ₂ ...	—13170	— 4809		M ₂ ...	11003	16235	5129
	26734	7734			— 46690	—15665	— 5876
— 72002	13564	2925		— 35687	570	— 747	
S ₂ ...	— 72097	— 7776	— 2875	S ₂ ...	— 39898	— 9259	— 3594
	20	21283	5791		4191	9812	2847
— 72077	13507	2915		— 35707	553	— 747	
N ₂ ...	—20298	— 7289		N ₂ ...	18695	24657	8068
	33806	10195		— 54416	—24111	— 8823	
— 72105	13508	2906		— 35721	546	— 755	
K ₁ ...				K ₁ ...	67115	19345	4041
— 72098	13509	2905		—102818	—18787	— 4792	
O ₁ ...				— 35703	558	— 751	
— 72115	13515	2905		O ₁ ...	85271	22163	4587
P ₁ ...				—120913	—21617	— 5346	
— 72098	13510	2903		— 35642	546	— 759	
				P ₁ ...	68354	19532	4082
				—104077	—18980	— 4827	
				— 35723	552	— 745	

3^e équation.

Au lieu de :				Au lieu de :			
—	12000	— 370	24	—	12000	— 370	24
on trouve :				on trouve :			
M ₂ ...	— 72706	—36090	—13250	K ₁ ...	—104199	24715	5852
	60744	35736	13284		92180	—25098	— 5824
— 11962	— 354	34		— 12019	— 383	28	

Ondes. [ζ]. B. C. Ondes. [ζ]. B. C.

3^e équation (suite).

Au lieu de :				Au lieu de :			
— 12000		— 370	24	— 12000		— 370	24
on trouve :				on trouve :			
S ₂ ...	40629	20588	7865	O ₁ ...	—126823	27942	6436
	— 52634	—20956	— 7843		114791	—28300	— 6411
	— 12005	— 368	22		— 12032	— 358	25
N ₂ ...	— 97728	—55895	—20157	P ₄ ...	—105643	24938	5902
	85699	55507	20181		93718	—25302	— 5853
	— 12029	— 388	24		— 11925	— 364	49

4^e équation.

Au lieu de :			
	— 6200	120	— 20
on trouve :			
M ₂ ...	— 82030	— 42454	— 15781
	75873	42541	15726
	— 6157	87	— 55
S ₂ ...	51737	24802	9451
	— 57954	— 24522	9360
	— 6217	280	91
N ₂ ...	— 112273	— 66043	— 24011
	106010	66121	23988
	— 6263	78	— 23
K ₁ ...	— 105636	27900	6700
	99335	— 27771	— 6687
	— 6301	129	13
O ₁ ...	— 129078	31170	7282
	122847	— 31015	— 7287
	— 6231	155	— 5
P ₁ ...	— 107306	28161	6747
	101190	— 28015	— 6783
	— 6116	146	— 36

5^e équation.

Au lieu de :			
	3300	— 720	— 80
on trouve :			
M ₂ ...	55413	27968	10635
	— 52108	— 28736	— 10746
	3305	— 768	— 111
S ₂ ...	— 35796	— 16930	— 6536
	39066	16229	6424
	3270	— 701	— 112
N ₂ ...	75890	43758	16169
	— 72651	— 44520	— 16264
	3239	— 762	— 95
K ₁ ...	88139	20737	4749
	— 84787	— 21429	— 4837
	3352	— 692	— 88
O ₁ ...	108254	23637	5291
	— 104993	— 24378	— 5339
	3261	— 741	— 48
P ₁ ...	89818	20981	4809
	— 86542	— 21730	— 4909
	3276	— 749	— 100

TABLEAU II.

Sections.	2.	Assab.	3.	Kamaran.	4.	5.	Masawa.	6.	7.	8.	9.
x	0,0074	0,0090	0,0268	0,0430	0,0462	0,0676	0,0773	0,0881	0,1076	0,1279	0,1409
$\sin \mu_0 x$	0,038	0,046	0,136	0,216	0,232	0,336	0,383	0,432	0,519	0,603	0,656
$\sin \mu_1 x$	112	137	397	609	677	857	924	974	998	930	839
$\sin \mu_2 x$	187	226	629	887	922	990	925	787	400	104	421
$\sin \mu_3 x$	260	314	815	999	997	674	385	11	630	986	957
$\sin \mu_4 x$	0,333	0,400	0,910	0,921	0,858	0,054	-0,380	-0,773	-0,980	-0,127	0,152
$\left\{ \begin{array}{l} 1 + \frac{\lambda^2}{g} \Sigma \delta_i \sin \mu_i x \dots \\ \frac{\lambda^2}{g} \Sigma \beta_i \sin \mu_i x - x \dots \\ \frac{g}{\lambda^2} \Sigma \gamma_i \sin \mu_i x - x^2 \dots \\ G' \dots \dots \dots G \end{array} \right\}$	0,65	0,58	-0,17	-0,67	-0,74	-0,98	-0,90	-0,90	-0,65	-0,36	-0,19
$\left\{ \begin{array}{l} 1 + \frac{\lambda^2}{g} \Sigma \delta_i \sin \mu_i x \dots \\ \frac{\lambda^2}{g} \Sigma \beta_i \sin \mu_i x - x \dots \\ \frac{g}{\lambda^2} \Sigma \gamma_i \sin \mu_i x - x^2 \dots \\ G' \dots \dots \dots G \end{array} \right\}$	-15	-19	-51	-70	-73	-77	-73	-64	-43	-20	-6
$\left\{ \begin{array}{l} 1 + \frac{\lambda^2}{g} \Sigma \delta_i \sin \mu_i x \dots \\ \frac{\lambda^2}{g} \Sigma \beta_i \sin \mu_i x - x \dots \\ \frac{g}{\lambda^2} \Sigma \gamma_i \sin \mu_i x - x^2 \dots \\ G' \dots \dots \dots G \end{array} \right\}$	-6	-7	-18	-26	-26	-28	-25	-24	-15	-7	-2
$\left\{ \begin{array}{l} 1 + \frac{\lambda^2}{g} \Sigma \delta_i \sin \mu_i x \dots \\ \frac{\lambda^2}{g} \Sigma \beta_i \sin \mu_i x - x \dots \\ \frac{g}{\lambda^2} \Sigma \gamma_i \sin \mu_i x - x^2 \dots \\ G' \dots \dots \dots G \end{array} \right\}$	-0,304	-0,193	-0,039	0,068	0,081	0,160	0,144	0,141	0,106	0,064	0,041
$\left\{ \begin{array}{l} 1 + \frac{\lambda^2}{g} \Sigma \delta_i \sin \mu_i x \dots \\ \frac{\lambda^2}{g} \Sigma \beta_i \sin \mu_i x - x \dots \\ \frac{g}{\lambda^2} \Sigma \gamma_i \sin \mu_i x - x^2 \dots \\ G' \dots \dots \dots G \end{array} \right\}$	0,118	0,104	-0,136	-0,292	-0,314	-0,379	-0,365	-0,338	-0,235	-0,121	-0,055
$\left\{ \begin{array}{l} 1 + \frac{\lambda^2}{g} \Sigma \delta_i \sin \mu_i x \dots \\ \frac{\lambda^2}{g} \Sigma \beta_i \sin \mu_i x - x \dots \\ \frac{g}{\lambda^2} \Sigma \gamma_i \sin \mu_i x - x^2 \dots \\ G' \dots \dots \dots G \end{array} \right\}$	0,72	0,67	0,07	-0,34	-0,40	-0,62	-0,61	-0,59	-0,44	-0,25	-0,14
$\left\{ \begin{array}{l} 1 + \frac{\lambda^2}{g} \Sigma \delta_i \sin \mu_i x \dots \\ \frac{\lambda^2}{g} \Sigma \beta_i \sin \mu_i x - x \dots \\ \frac{g}{\lambda^2} \Sigma \gamma_i \sin \mu_i x - x^2 \dots \\ G' \dots \dots \dots G \end{array} \right\}$	-10	-12	-32	-44	-46	-48	-44	-39	-25	-11	-2
$\left\{ \begin{array}{l} 1 + \frac{\lambda^2}{g} \Sigma \delta_i \sin \mu_i x \dots \\ \frac{\lambda^2}{g} \Sigma \beta_i \sin \mu_i x - x \dots \\ \frac{g}{\lambda^2} \Sigma \gamma_i \sin \mu_i x - x^2 \dots \\ G' \dots \dots \dots G \end{array} \right\}$	-3	-4	-12	-16	-17	-17	-16	-14	-9	-4	-1
$\left\{ \begin{array}{l} 1 + \frac{\lambda^2}{g} \Sigma \delta_i \sin \mu_i x \dots \\ \frac{\lambda^2}{g} \Sigma \beta_i \sin \mu_i x - x \dots \\ \frac{g}{\lambda^2} \Sigma \gamma_i \sin \mu_i x - x^2 \dots \\ G' \dots \dots \dots G \end{array} \right\}$	-0,121	-0,114	-0,036	0,019	0,027	0,039	0,065	0,060	0,049	0,030	0,021
$\left\{ \begin{array}{l} 1 + \frac{\lambda^2}{g} \Sigma \delta_i \sin \mu_i x \dots \\ \frac{\lambda^2}{g} \Sigma \beta_i \sin \mu_i x - x \dots \\ \frac{g}{\lambda^2} \Sigma \gamma_i \sin \mu_i x - x^2 \dots \\ G' \dots \dots \dots G \end{array} \right\}$	0,011	0,038	-0,023	-0,063	-0,069	-0,086	-0,085	-0,076	-0,054	-0,027	-0,013
$\left\{ \begin{array}{l} 1 + \frac{\lambda^2}{g} \Sigma \delta_i \sin \mu_i x \dots \\ \frac{\lambda^2}{g} \Sigma \beta_i \sin \mu_i x - x \dots \\ \frac{g}{\lambda^2} \Sigma \gamma_i \sin \mu_i x - x^2 \dots \\ G' \dots \dots \dots G \end{array} \right\}$	0,55	0,46	-0,50	-1,12	-1,21	-1,48	-1,44	-1,31	-0,92	-0,49	-0,25
$\left\{ \begin{array}{l} 1 + \frac{\lambda^2}{g} \Sigma \delta_i \sin \mu_i x \dots \\ \frac{\lambda^2}{g} \Sigma \beta_i \sin \mu_i x - x \dots \\ \frac{g}{\lambda^2} \Sigma \gamma_i \sin \mu_i x - x^2 \dots \\ G' \dots \dots \dots G \end{array} \right\}$	-23	-28	-76	-1,05	-1,09	-1,16	-1,09	-96	-65	-30	-10
$\left\{ \begin{array}{l} 1 + \frac{\lambda^2}{g} \Sigma \delta_i \sin \mu_i x \dots \\ \frac{\lambda^2}{g} \Sigma \beta_i \sin \mu_i x - x \dots \\ \frac{g}{\lambda^2} \Sigma \gamma_i \sin \mu_i x - x^2 \dots \\ G' \dots \dots \dots G \end{array} \right\}$	-8	-10	-28	-38	-40	-41	-39	-35	-22	-10	-3
$\left\{ \begin{array}{l} 1 + \frac{\lambda^2}{g} \Sigma \delta_i \sin \mu_i x \dots \\ \frac{\lambda^2}{g} \Sigma \beta_i \sin \mu_i x - x \dots \\ \frac{g}{\lambda^2} \Sigma \gamma_i \sin \mu_i x - x^2 \dots \\ G' \dots \dots \dots G \end{array} \right\}$	-0,051	-0,045	0,016	0,054	0,060	0,079	0,078	0,072	0,051	0,029	0,017
$\left\{ \begin{array}{l} 1 + \frac{\lambda^2}{g} \Sigma \delta_i \sin \mu_i x \dots \\ \frac{\lambda^2}{g} \Sigma \beta_i \sin \mu_i x - x \dots \\ \frac{g}{\lambda^2} \Sigma \gamma_i \sin \mu_i x - x^2 \dots \\ G' \dots \dots \dots G \end{array} \right\}$	0,030	0,022	-0,063	-0,115	-0,123	-0,143	-0,138	-0,124	-0,085	-0,044	-0,020

TABLEAU II (*suite*).

Sections.	10.	Port Sudan.	11.	Gidda.	12.	13.	14.	15.	16.	Kosair.	17.	Shems- heik.
x	0,1551	0,1562	0,1727	0,1781	0,1900	0,2094	0,2355	0,2537	0,2734	0,2838	0,2955	0,3093
$\sin \mu_0 x$	0,798	0,712	0,768	0,786	0,822	0,874	0,930	0,960	0,983	0,991	0,996	1,000
$\sin \mu_1 x$	703	692	740	417	246	—	430	—	853	—	919	—
$\sin \mu_2 x$	—	713	—	981	—	825	—	154	609	—	908	—
$\sin \mu_3 x$	—	698	—	43	—	915	—	400	284	—	823	—
$\sin \mu_4 x$	0,719	0,723	0,909	0,961	0,679	—	871	—	0,978	0,344	0,714	—
$1 + \frac{\lambda^2}{g} \Sigma \delta_i \sin \mu_i x$..	0,03	—0,03	0,13	0,17	0,27	0,44	0,65	0,77	0,86	0,89	0,91	0,92
$\frac{\lambda^2}{\Sigma \beta_i \sin \mu_i x} - x$..	5	6	10	22	30	40	53	61	65	66	66	65
$\frac{\lambda^2}{\Sigma \gamma_i \sin \mu_i x} - x^2$..	3	3	8	9	11	15	19	21	22	22	22	21
$\frac{\lambda^2}{G} \dots \dots \dots$	0,915	0,017	—0,005	—0,011	—0,025	—0,035	—0,089	—0,108	—0,125	—0,132	—0,137	—0,141
$G' \dots \dots \dots$	0,005	0,007	0,069	0,084	0,121	0,182	0,254	0,295	0,322	0,331	0,334	0,335
$1 + \frac{\lambda^2}{g} \Sigma \delta_i \sin \mu_i x$..	—0,04	—0,04	0,06	0,09	0,15	0,26	0,41	0,49	0,55	0,57	0,58	0,59
$\frac{\lambda^2}{\Sigma \beta_i \sin \mu_i x} - x$..	5	5	13	14	19	25	21	37	38	38	38	36
$\frac{\lambda^2}{\Sigma \gamma_i \sin \mu_i x} - x^2$..	2	2	4	5	6	10	11	11	11	11	10	9
$\frac{\lambda^2}{G} \dots \dots \dots$	0,010	0,010	0,002	—0,003	—0,007	—0,021	—0,030	—0,045	—0,053	—0,056	—0,057	—0,060
$G' \dots \dots \dots$	0,002	0,002	0,014	0,018	0,026	0,042	0,054	0,063	0,069	0,070	0,069	0,067
$1 + \frac{\lambda^2}{g} \Sigma \delta_i \sin \mu_i x$..	—0,02	0,00	0,22	0,29	0,44	0,68	0,98	1,15	1,28	1,31	1,34	1,36
$\frac{\lambda^2}{\Sigma \beta_i \sin \mu_i x} - x$..	8	9	28	53	43	60	79	91	99	1,01	1,03	1,04
$\frac{\lambda^2}{\Sigma \gamma_i \sin \mu_i x} - x^2$..	4	4	10	12	16	22	28	32	34	35	35	35
$\frac{\lambda^2}{G} \dots \dots \dots$	0,005	0,003	—0,008	—0,012	—0,021	—0,035	—0,051	—0,061	—0,068	—0,070	—0,072	—0,072
$G' \dots \dots \dots$	0,003	0,004	0,025	0,032	0,046	0,069	0,096	0,111	0,123	0,125	0,127	0,130

TABLEAU II (*suite*).

Sections.	2.	Assab.	3.	Kamaran.	4.	Marsana.	6.	7.	8.	9.
$\left\{ \begin{array}{l} K_1 \\ \frac{\lambda^2}{1 + \frac{\lambda^2}{G}} \Sigma \delta_i \sin \mu_i x \dots \\ \frac{\lambda^2}{G} \Sigma \delta_i \sin \mu_i x - x \dots \\ \frac{\lambda^2}{G} \Sigma \delta_i \sin \mu_i x - x^2 \dots \\ \frac{\lambda^2}{G} \dots \dots \dots \\ \frac{\lambda^2}{G} \dots \dots \dots \end{array} \right\}$	$0,85$	$0,82$	$0,48$	$0,24$	$0,20$	$-0,03$	$-0,06$	$-0,08$	$-0,10$	$-0,12$
	2	3	9	13	13	14	12	9	6	5
	1	1	2	4	4	5	4	4	2	2
	$0,297$	$0,389$	$0,181$	$0,105$	$0,091$	$0,031$	$-0,001$	$-0,013$	$-0,005$	$-0,003$
	$-0,055$	$-0,052$	$-0,038$	$-0,026$	$-0,023$	$-0,011$	$-0,005$	$0,000$	$0,001$	$0,004$
$\left\{ \begin{array}{l} O_1 \\ \frac{\lambda^2}{1 + \frac{\lambda^2}{G}} \Sigma \delta_i \sin \mu_i x \dots \\ \frac{\lambda^2}{G} \Sigma \delta_i \sin \mu_i x - x \dots \\ \frac{\lambda^2}{G} \Sigma \delta_i \sin \mu_i x - x^2 \dots \\ \frac{\lambda^2}{G} \dots \dots \dots \\ \frac{\lambda^2}{G} \dots \dots \dots \end{array} \right\}$	$0,84$	$0,81$	$0,46$	$0,21$	$0,17$	$-0,02$	$-0,06$	$-0,10$	$-0,12$	$-0,14$
	2	3	9	13	12	13	12	9	6	5
	1	1	3	4	4	5	4	3	2	2
	$0,152$	$0,149$	$0,093$	$0,053$	$0,044$	$0,011$	$-0,004$	$-0,007$	$-0,014$	$-0,019$
	$-0,019$	$-0,020$	$-0,015$	$-0,012$	$-0,010$	$-0,006$	$-0,004$	$-0,005$	$0,000$	$0,004$
$\left\{ \begin{array}{l} P_1 \\ \frac{\lambda^2}{1 + \frac{\lambda^2}{G}} \Sigma \delta_i \sin \mu_i x \dots \\ \frac{\lambda^2}{G} \Sigma \delta_i \sin \mu_i x - x \dots \\ \frac{\lambda^2}{G} \Sigma \delta_i \sin \mu_i x - x^2 \dots \\ \frac{\lambda^2}{G} \dots \dots \dots \\ \frac{\lambda^2}{G} \dots \dots \dots \end{array} \right\}$	$0,85$	$0,81$	$0,48$	$0,23$	$0,19$	$0,01$	$-0,03$	$-0,08$	$-0,10$	$-0,11$
	2	3	9	13	13	14	13	10	6	5
	1	1	3	4	4	4	4	3	2	2
	$0,092$	$0,089$	$0,056$	$0,032$	$0,027$	$0,009$	$0,001$	$-0,003$	$-0,008$	$-0,009$
	$-0,021$	$-0,020$	$-0,014$	$-0,009$	$-0,008$	$-0,004$	$-0,001$	$-0,001$	$0,001$	$0,002$

TABLEAU II (*fin*).

Sections.	10.	Port Sudan.	11.	Ghida.	12.	13.	14.	15.	16.	Kosair.	17.	Shems- heik.
K ₁ .	$1 + \frac{\lambda^2}{g} \Sigma \delta_i \sin \mu_i x..$	-0,14	-0,17	-0,18	-0,19	-0,20	-0,20	-0,21	-0,22	-0,23	-0,24	-0,24
	$\frac{\lambda^2}{g} \Sigma \beta_i \sin \mu_i x - x..$	2	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1
	$\frac{\lambda^2}{g} \Sigma \gamma_i \sin \mu_i x - x^2..$	2	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
	$\frac{\lambda^2}{g} \Sigma \delta_i \sin \mu_i x - x^3..$	-0,043	-0,057	-0,062	-0,068	-0,076	-0,082	-0,088	-0,094	-0,102	-0,108	-0,108
	$\frac{\lambda^2}{g} \Sigma \epsilon_i \sin \mu_i x - x^4..$	0,010	0,009	0,011	0,011	0,016	0,018	0,018	0,019	0,021	0,022	0,023
O ₁ .	$1 + \frac{\lambda^2}{g} \Sigma \delta_i \sin \mu_i x..$	-0,16	-0,17	-0,18	-0,19	-0,20	-0,21	-0,22	-0,23	-0,24	-0,25	-0,26
	$\frac{\lambda^2}{g} \Sigma \beta_i \sin \mu_i x - x..$	3	3	1	0	0	0	0	0	0	0	0
	$\frac{\lambda^2}{g} \Sigma \gamma_i \sin \mu_i x - x^2..$	2	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0
	$\frac{\lambda^2}{g} \Sigma \delta_i \sin \mu_i x - x^3..$	-0,053	-0,066	-0,073	-0,081	-0,088	-0,096	-0,104	-0,112	-0,120	-0,128	-0,136
	$\frac{\lambda^2}{g} \Sigma \epsilon_i \sin \mu_i x - x^4..$	0,004	0,004	0,004	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003
P ₁ .	$1 + \frac{\lambda^2}{g} \Sigma \delta_i \sin \mu_i x..$	-0,14	-0,17	-0,18	-0,19	-0,20	-0,20	-0,21	-0,22	-0,23	-0,24	-0,24
	$\frac{\lambda^2}{g} \Sigma \beta_i \sin \mu_i x - x..$	2	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1
	$\frac{\lambda^2}{g} \Sigma \gamma_i \sin \mu_i x - x^2..$	2	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
	$\frac{\lambda^2}{g} \Sigma \delta_i \sin \mu_i x - x^3..$	-0,014	-0,017	-0,019	-0,021	-0,023	-0,025	-0,027	-0,031	-0,033	-0,035	-0,035
	$\frac{\lambda^2}{g} \Sigma \epsilon_i \sin \mu_i x - x^4..$	0,004	0,004	0,003	0,004	0,006	0,007	0,006	0,008	0,008	0,008	0,009

TABLEAU III.

$\int_0^{x_0} \sigma dx = 10^{-9} \times 864,6,$	$\int_0^{x_0} l dx = 10^{-9} \times 1103,65,$
$\int_0^{x_0} \sigma \cos \frac{\pi x}{x_0} dx = -226,5,$	$\int_0^{x_0} l \cos \frac{\pi x}{x_0} dx = 10,05,$
$\int_0^{x_0} \sigma \cos \frac{2\pi x}{x_0} dx = -198,4,$	$\int_0^{x_0} l \cos \frac{2\pi x}{x_0} dx = -161,35,$
$\int_0^{x_0} \sigma \cos \frac{3\pi x}{x_0} dx = 3,9,$	$\int_0^{x_0} l \cos \frac{3\pi x}{x_0} dx = -110,05,$
$\int_0^{x_0} \sigma \cos \frac{4\pi x}{x_0} dx = -40,9,$	$\int_0^{x_0} l \cos \frac{4\pi x}{x_0} dx = -112,75,$
$\int_0^{x_0} \sigma \cos \frac{5\pi x}{x_0} dx = -1,0,$	$\int_0^{x_0} l \cos \frac{5\pi x}{x_0} dx = -9,95,$
$\int_0^{x_0} \sigma \cos \frac{6\pi x}{x_0} dx = -12,5,$	$\int_0^{x_0} l \cos \frac{6\pi x}{x_0} dx = -22,50,$
$\int_0^{x_0} \sigma \cos \frac{7\pi x}{x_0} dx = 43,7,$	$\int_0^{x_0} l \cos \frac{7\pi x}{x_0} dx = 10,05,$
$\int_0^{x_0} \sigma \cos \frac{8\pi x}{x_0} dx = 5,1,$	$\int_0^{x_0} l \cos \frac{8\pi x}{x_0} dx = 6,80,$
$\int_0^{x_0} \sigma \cos \frac{9\pi x}{x_0} dx = 19,0,$	$\int_0^{x_0} l \cos \frac{9\pi x}{x_0} dx = 45,35,$

$l_0 = 10^{-6} \times 7191,$	$l_0'' = 10^{-7} \times 2885,$	$l_{11} = 10^{-6} \times -6058,$
$l_1 = 3540,$	$l_1' = -726,$	$l_{12} = 678,$
$l_2 = 1222,$	$l_2'' = 27,$	$l_{13} = -658,$
$l_3 = 640,$	$l_3'' = 18,$	$l_{14} = -397,$
$l_4 = -310,$	$l_4'' = -97,$	$l_{22} = 669,$
$l_0 = 10^{-7} \times 13441,$	$l_{00} = 10^{-6} \times 568,$	$l_{-3} = 193,$
$l_1' = 545,$	$l_{01} = 859,$	$l_{24} = -772,5,$
$l_2' = -235,$	$l_{02} = -269,$	$l_{33} = 5554,5,$
$l_3' = 141,$	$l_{03} = 88,$	$l_{34} = 36,$
$l_4' = -833,$	$l_{04} = -477,$	$l_{44} = 5368,$

$\mu_0^2 \sigma_{00} = 10^{-8} \times$	822,	$\mu_1 \mu_3 \sigma_{13} = 10^{-8} \times$	— 5393,
$\mu_0 \mu_1 \sigma_{01} =$	— 1642,	$\mu_1 \mu_4 \sigma_{14} =$	— 299,
$\mu_0 \mu_2 \sigma_{02} =$	— 1252,	$\mu_2^2 \sigma_{22} =$	27806,
$\mu_0 \mu_3 \sigma_{03} =$	— 334,	$\mu_2 \mu_3 \sigma_{23} =$	— 10774,
$\mu_0 \mu_4 \sigma_{04} =$	— 486,	$\mu_2 \mu_4 \sigma_{24} =$	— 8966,
$\mu_1^2 \sigma_{11} =$	10067,	$\mu_3^2 \sigma_{33} =$	57321,
$\mu_1 \mu_2 \sigma_{12} =$	— 5166,	$\mu_3 \mu_4 \sigma_{34} =$	— 17964,
		$\mu_4^2 \sigma_{44} =$	92178,

Valeurs des coefficients des α_i (profondeurs h_m).

Onde M_2 :

$A_0 = -620,$	$A_1 = 228,$	$A_2 = 2052,$	$A_3 = 5019,$	$A_4 = 8528,$
$B = -275,$	$F = -604,$	$J = -1102,$	$M = -1801,$	
$C = -91,$	$G = -455,$	$K = -797,$		
$D = -45,$	$H = 21.$			
$E = 13.$				

N. B. — Dans le calcul des intégrales ci-dessus, on a tenu compte des valeurs de x pour lesquelles $\cos K \frac{\pi x}{x_0}$ et $\sin N \frac{\pi x}{2x_0}$ sont égaux à ± 1 .

TABLEAU IV.

Valeurs des r_{i+1} et k_{i+1} .

4 canaux (profondeurs h_m).

$$r_2 = 1,388, \quad r_3 = 1,571, \quad r_4 = 1,841.$$

	$M_2.$	$N_2.$	$S_2.$	$K_1.$	$O_1.$	$P_1.$
k_2	0,061	0,062	0,059	0,119	0,128	0,119
k_3	62	63	60	119	129	121
k_4	55	55	53	105	115	105

1 canaux (profondeurs h_B).

	$r_2.$	$r_3.$	$r_4.$	$k_2.$	$k_3.$	$k_4.$
Onde M_2	1,458	1,392	1,885	0,065	0,039	0,047

17 canaux (profondeurs h_m).

Onde M_2 .

$i+1.$	$r_{i+1}.$	$k_{i+1}.$	$i+1.$	$r_{i+1}.$	$k_{i+1}.$
2.....	0,901	-0,018	10.....	1,134	0,021
3.....	1,048	0,009	11.....	1,042	0,006
4.....	0,986	-0,003	12.....	1,107	0,015
5.....	1,005	0,001	13.....	1,142	0,017
6.....	1,008	0,001	14.....	1,218	0,023
7.....	0,962	-0,007	15.....	1,429	0,034
8.....	1,013	0,002	16.....	1,409	0,023
9.....	1,108	0,019	17.....	1,080	0,003

Valeurs des $\cos \mu_{i+1} X_n$ et $\sin \mu_{i+1} X_n$.

4 canaux.

	Profondeurs h_m .					Profondeurs h_B .	
	$M_2.$	$S_2.$	$N_2.$	$K_1.$	$O_1.$	$P_1.$	$M_2.$
$\cos \mu_2 X_{10} \dots$	-0,826	-0,872	-0,799	0,249	0,341	0,256	-0,969
$\sin \mu_2 X_{10} \dots$	0,564	0,489	0,602	0,968	0,940	0,967	0,248
$\cos \mu_3 X_{14} \dots$	0,851	0,939	0,790	-0,986	-0,927	-0,983	0,874
$\sin \mu_3 X_{14} \dots$	-0,525	-0,345	-0,613	0,167	0,376	0,183	-0,486
$\cos \mu_4 X_{16} \dots$	0,972	0,981	0,891	0,994	0,939	0,997	0,450
$\sin \mu_4 X_{16} \dots$	-0,236	0,193	-0,453	0,114	-0,345	0,079	-0,893

17 canaux (profondeurs h_m).

Onde M_2 .

$i.$	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
$\cos \mu_{i+1} X_{i+1}.$	0,984	0,924	0,825	0,697	0,462	0,313	0,119	-0,211
$\sin \mu_{i+1} X_{i+1}.$	0,176	0,384	0,565	0,717	0,887	0,950	0,993	0,970
$i.$	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.
$\cos \mu_{i+1} X_{i+1}.$	-0,628	-0,816	-0,999	-0,730	0,451	-0,203	0,929	0,075
$\sin \mu_{i+1} X_{i+1}.$	0,778	0,577	0,033	-0,683	-0,892	0,976	-0,368	0,997

TABLEAU V.
Fractionnement en 4 canaux.

Sections.	2.	Koschr.	3.	4.	5.	6.	7.	Gidda.	8.	Port Sudan.	9.
X_1	$\left\{ \begin{array}{l} \mu x \dots\dots\dots 0,0170 \\ \cos \mu x \dots\dots\dots 0,1817 \\ \sin \mu x \dots\dots\dots 0,9833 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,0267 \\ 0,2901 \\ 0,958 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,0361 \\ 0,3929 \\ 0,924 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,0558 \\ 0,6062 \\ 0,822 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,0740 \\ 0,8040 \\ 0,694 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,1001 \\ 1,08-6 \\ 0,404 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,1105 \\ 1,2084 \\ 0,269 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,1314 \\ 1,1276 \\ 0,143 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,1368 \\ 1,1863 \\ 0,084 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,1333 \\ 1,1656 \\ -0,106 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,1514 \\ 1,07-5 \\ -0,106 \end{array} \right\}$
M_1	$\left\{ \begin{array}{l} \mu x \dots\dots\dots 0,183 \\ \sin \mu x \dots\dots\dots 0,1286 \\ \cos \mu x \dots\dots\dots -0,110 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,286 \\ 0,1286 \\ -0,110 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,382 \\ 0,1286 \\ -0,110 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,570 \\ 0,720 \\ -0,086 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,720 \\ 0,886 \\ -0,069 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,886 \\ 0,404 \\ -0,140 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,886 \\ 0,404 \\ -0,140 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,999 \\ 0,099 \\ -0,092 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,999 \\ 0,099 \\ -0,092 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,999 \\ 0,099 \\ -0,092 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,999 \\ 0,099 \\ -0,092 \end{array} \right\}$
S_1	$\left\{ \begin{array}{l} \mu x \dots\dots\dots 0,1012 \\ \cos \mu x \dots\dots\dots 0,982 \\ \sin \mu x \dots\dots\dots 0,190 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,3063 \\ 0,955 \\ 0,296 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,406 \\ 0,918 \\ 0,313 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,62-5 \\ 0,810 \\ 0,587 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,8322 \\ 0,63-2 \\ 0,736 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 1,1257 \\ 0,131 \\ 0,913 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 1,1257 \\ 0,131 \\ 0,913 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 1,3130 \\ 0,223 \\ 0,996 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 1,4777 \\ 0,093 \\ 0,996 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 1,5384 \\ 0,032 \\ 0,999 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 1,7314 \\ 0,153 \\ 0,986 \end{array} \right\}$
N_1	$\left\{ \begin{array}{l} \mu x \dots\dots\dots 0,036 \\ \cos \mu x \dots\dots\dots -0,030 \\ \sin \mu x \dots\dots\dots 0,026 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,026 \\ 0,026 \\ 0,026 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,026 \\ 0,026 \\ 0,026 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,026 \\ 0,026 \\ 0,026 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,026 \\ 0,026 \\ 0,026 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,026 \\ 0,026 \\ 0,026 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,026 \\ 0,026 \\ 0,026 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,026 \\ 0,026 \\ 0,026 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,026 \\ 0,026 \\ 0,026 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,026 \\ 0,026 \\ 0,026 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,026 \\ 0,026 \\ 0,026 \end{array} \right\}$
$(rect.)$	$\left\{ \begin{array}{l} \mu x \dots\dots\dots -0,058 \\ \cos \mu x \dots\dots\dots 0,045 \\ \sin \mu x \dots\dots\dots 0,045 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} -0,056 \\ 0,045 \\ 0,045 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} -0,053 \\ 0,041 \\ 0,041 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} -0,045 \\ 0,041 \\ 0,041 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} -0,036 \\ 0,037 \\ 0,037 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} -0,030 \\ 0,028 \\ 0,028 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} -0,030 \\ 0,028 \\ 0,028 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} -0,008 \\ 0,019 \\ 0,019 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,000 \\ 0,013 \\ 0,013 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,004 \\ 0,010 \\ 0,010 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,015 \\ 0,002 \\ 0,001 \end{array} \right\}$
N_2	$\left\{ \begin{array}{l} \mu x \dots\dots\dots 0,1812 \\ \cos \mu x \dots\dots\dots 0,984 \\ \sin \mu x \dots\dots\dots 0,180 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,2846 \\ 0,960 \\ 0,280 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,3816 \\ 0,927 \\ 0,376 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,5049 \\ 0,828 \\ 0,560 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,7889 \\ 0,703 \\ 0,709 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 1,06-2 \\ 0,482 \\ 0,876 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 1,06-2 \\ 0,482 \\ 0,876 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 1,2740 \\ 0,292 \\ 0,056 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 1,4008 \\ 0,170 \\ 0,085 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 1,4584 \\ 0,112 \\ 0,091 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 1,6243 \\ -0,063 \\ 0,998 \end{array} \right\}$
K_1	$\left\{ \begin{array}{l} \mu x \dots\dots\dots 0,0958 \\ \cos \mu x \dots\dots\dots 0,995 \\ \sin \mu x \dots\dots\dots 0,096 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,1503 \\ 0,980 \\ 0,150 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,2035 \\ 0,979 \\ 0,203 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,3146 \\ 0,921 \\ 0,309 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,4172 \\ 0,915 \\ 0,403 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,5614 \\ 0,845 \\ 0,535 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,5614 \\ 0,845 \\ 0,535 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,6738 \\ 0,782 \\ 0,624 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,7409 \\ 0,713 \\ 0,697 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,8713 \\ 0,717 \\ 0,760 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,8713 \\ 0,717 \\ 0,760 \end{array} \right\}$
O_1	$\left\{ \begin{array}{l} \mu x \dots\dots\dots 0,0889 \\ \cos \mu x \dots\dots\dots 0,996 \\ \sin \mu x \dots\dots\dots 0,130 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,1396 \\ 0,990 \\ 0,130 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,1887 \\ 0,982 \\ 0,188 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,2016 \\ 0,958 \\ 0,201 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,3868 \\ 0,926 \\ 0,386 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,5232 \\ 0,866 \\ 0,523 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,5232 \\ 0,866 \\ 0,523 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,6246 \\ 0,811 \\ 0,624 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,6868 \\ 0,730 \\ 0,675 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,8012 \\ 0,730 \\ 0,718 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,8012 \\ 0,730 \\ 0,718 \end{array} \right\}$
P_1	$\left\{ \begin{array}{l} \mu x \dots\dots\dots 0,0953 \\ \cos \mu x \dots\dots\dots 0,995 \\ \sin \mu x \dots\dots\dots 0,201 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,1497 \\ 0,989 \\ 0,150 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,2024 \\ 0,979 \\ 0,201 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,3129 \\ 0,951 \\ 0,308 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,4150 \\ 0,915 \\ 0,415 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,5613 \\ 0,847 \\ 0,532 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,5613 \\ 0,847 \\ 0,532 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,6701 \\ 0,821 \\ 0,672 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,7308 \\ 0,720 \\ 0,691 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,8506 \\ 0,653 \\ 0,758 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,8506 \\ 0,653 \\ 0,758 \end{array} \right\}$

TABLEAU V (suite).

Fractionnement en 4 canaux.

Sections.	10.	11.	12.	13.	Massaua.	14.	15.	Kamaua.	16.	Assab.	17.	Périn.
x { μx cos μx sin μx G.....}	0,1686 1,8318 -0,258 0,966 0,945 -0,941	0,1816 2,7581 -0,910 0,392 0,107 -0,104	0,3019 3,0412 -0,993 0,398 0,107 -0,103	0,2214 3,3381 -0,981 -0,103 0,133 -0,361	0,2322 3,3009 -0,937 -0,351 0,142 -0,291	0,2410 3,6472 -0,873 -0,181 0,148 -0,311	0,2653 6,3371 -0,999 -0,016 0,143 -0,362	0,2653 6,3371 -0,999 -0,016 0,143 -0,362	0,2653 6,3371 -0,999 -0,016 0,143 -0,362	0,3005 13,1050 0,870 0,312 0,106 -0,045	0,3021 13,1736 0,831 0,571 0,086 -0,016	0,3005 13,1050 0,870 0,312 0,106 -0,045
M_2 { μx cos μx sin μx G.....}	1,8060 -0,319 0,917 0,007 -0,000	2,8340 -0,933 0,302 0,004 -0,000	3,1507 -1,000 -0,009 0,033 -0,032	3,6336 -0,931 -0,308 0,038 -0,033	3,6336 -0,886 -0,463 0,060 -0,038	3,7730 0,985 0,219 0,030 -0,031	6,4560 0,969 0,219 0,030 -0,031	6,4560 0,969 0,219 0,030 -0,031	6,4560 0,969 0,219 0,030 -0,031	13,5632 0,797 0,810 -0,048 -0,049	13,6353 0,681 0,866 -0,048 -0,049	13,5632 0,797 0,810 -0,048 -0,049
S_2 { μx cos μx sin μx G.....}	0,005 -0,007 0,000 -0,000	0,030 -0,021 0,000 -0,000	0,058 -0,042 0,000 -0,000	0,071 -0,063 0,000 -0,000	0,076 -0,063 0,000 -0,000	0,078 -0,068 0,000 -0,000	0,078 -0,068 0,000 -0,000	0,078 -0,068 0,000 -0,000	0,078 -0,068 0,000 -0,000	0,032 -0,006 0,000 -0,000	0,032 -0,006 0,000 -0,000	0,032 -0,006 0,000 -0,000
N_2 { μx cos μx sin μx G.....}	1,7974 -0,293 0,974 0,002 -0,014	2,6866 -0,869 0,439 0,001 -0,035	2,9869 -0,991 0,154 -0,001 -0,065	3,2755 -0,991 0,133 -0,001 -0,069	3,4352 -0,957 -0,209 -0,001 -0,069	3,5788 -0,906 -0,121 -0,003 -0,107	6,1201 0,687 -0,162 -0,009 -0,136	6,1201 0,687 -0,162 -0,009 -0,136	6,1201 0,687 -0,162 -0,009 -0,136	12,8380 0,938 0,384 -0,011 -0,117	12,9246 0,936 0,352 -0,011 -0,117	12,8380 0,938 0,384 -0,011 -0,117
K_1 { μx cos μx sin μx G.....}	0,9506 0,581 0,813 0,011 -0,005	1,4209 0,130 0,989 0,014 -0,036	1,5797 -0,009 1,000 0,018 -0,008	1,7343 -0,160 0,987 0,022 -0,010	1,8168 -0,244 0,970 0,023 -0,011	1,8917 -0,316 0,948 0,023 -0,011	3,8368 -0,093 -0,134 0,097 -0,013	3,8368 -0,093 -0,134 0,097 -0,013	3,8368 -0,093 -0,134 0,097 -0,013	6,8002 0,860 0,491 0,013 -0,007	6,8364 0,831 0,521 0,014 -0,006	6,8002 0,860 0,491 0,013 -0,007
O_1 { μx cos μx sin μx G.....}	0,8812 0,636 0,773 0,014 -0,006	1,3172 0,251 0,968 0,014 -0,006	1,4644 -0,106 0,994 0,016 -0,006	1,6862 -0,163 0,999 0,017 -0,007	1,6862 -0,163 0,999 0,018 -0,008	1,7515 -0,183 0,983 0,018 -0,008	3,2102 -0,097 0,149 0,008 -0,008	3,2102 -0,097 0,149 0,008 -0,008	3,2102 -0,097 0,149 0,008 -0,008	6,3437 1,000 0,400 -0,003 -0,007	6,3374 0,998 0,367 -0,003 -0,006	6,3437 1,000 0,400 -0,003 -0,007
P_1 { μx cos μx sin μx G.....}	0,9164 0,389 0,811 0,003 -0,001	1,4131 0,157 0,988 0,004 -0,001	1,5711 -0,000 1,000 0,003 -0,002	1,7208 -0,134 0,987 0,006 -0,003	1,8468 -0,133 0,973 0,007 -0,003	1,8814 -0,136 0,972 0,008 -0,003	3,2102 -0,097 0,149 0,008 -0,008	3,2102 -0,097 0,149 0,008 -0,008	3,2102 -0,097 0,149 0,008 -0,008	6,7630 0,887 0,463 0,001 -0,003	6,7999 0,877 0,493 0,001 -0,003	6,7630 0,887 0,463 0,001 -0,003

TABLEAU VI.

Fractionnement en 17 canaux.

Sections et stations.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	Gidda.	8.	Port Sudan.	9.
μx	0,1964	0,3779	0,6088	0,7964	1,0897	1,3026	1,3778	1,4344	1,6276	1,6363
$\cos \mu x$	0,981	0,962	0,820	0,699	0,469	0,265	0,197	0,136	-0,056	-0,069
$\sin \mu x$	0,195	0,275	0,572	0,714	0,883	0,964	0,982	0,991	0,998	0,998
$\bar{G}$	-0,110	-0,106	-0,088	-0,071	-0,042	-0,017	-0,003	0,003	0,023	0,025
G'	0,225	0,221	0,108	0,173	0,121	0,081	0,054	0,041	0,001	-0,002

1 canal (sans potentiel).

G	-0,112	-0,109	-0,094	-0,079	-0,053	-0,031	-0,016	-0,010	0,011	0,012
G'	0,220	0,215	0,184	0,155	0,104	0,060	0,032	0,019	-0,001	-0,024

1 canal (profondeurs h_B).

μx	0,1909	0,3449	0,6163	0,8703	1,1773	1,4055	1,5454	1,6089	1,8030	1,8159
$\cos \mu x$	0,980	0,951	0,792	0,645	0,384	0,164	0,025	-0,038	-0,230	-0,243
$\sin \mu x$	0,198	0,309	0,610	0,764	0,924	0,986	1,000	0,999	0,973	0,970
G	-0,110	-0,105	-0,083	-0,065	-0,033	-0,006	0,010	0,017	0,040	0,041
G'	0,221	0,220	0,190	0,161	0,104	0,056	0,024	0,009	-0,036	-0,039

TABLEAU VI (suite).
Fractionnement en 17 canaux.

Sections et stations.	10.	41.	12.	13.	Massaua.	14.	15.	Kamran.	16.	Assab.	17.	Périn.
μx	1,9839	2,4230	2,8073	3,3312	4,0836	4,2543	5,6594	8,1561	8,6520	12,956	13,025	14,466
$\cos \mu x$	-0,394	-0,753	-0,945	-0,982	-0,589	-0,442	0,800	-0,397	-0,716	0,925	0,897	-0,265
$\sin \mu x$	0,919	0,658	0,328	-0,189	-0,808	-0,817	-0,600	0,955	0,698	0,380	0,443	0,964
G	0,045	0,067	0,100	0,123	0,138	0,149	0,158	0,153	0,113	-0,033	-0,048	-0,117
G'	-0,041	-0,090	-0,167	-0,215	-0,251	-0,278	-0,320	-0,320	-0,284	-0,061	-0,037	0,092
4 canaux (sans potentiel).												
G	0,029	0,058	0,098	0,129	0,142	0,149	0,163	0,161	0,140	-0,008	-0,022	-0,087
G'	-0,058	-0,116	-0,195	-0,255	-0,278	-0,294	-0,320	-0,317	-0,274	0,019	0,049	0,176
4 canaux (profondeurs h_k).												
μx	1,9830	3,1141	3,4025	3,7969	3,9821	4,1485	6,2856	6,3021	6,7488	12,1840	12,2490	12,5490
$\cos \mu x$	-0,400	-1,000	-0,949	-0,793	-0,667	-0,534	1,000	0,997	0,894	0,928	0,950	1,000
$\sin \mu x$	0,916	0,028	-0,316	-0,610	-0,745	-0,845	0,002	0,079	0,449	-0,373	-0,312	-0,017
G	0,058	0,087	0,123	0,145	0,149	0,150	0,120	0,113	0,066	-0,109	-0,123	-0,181
G'	-0,076	-0,148	-0,243	-0,307	-0,329	-0,338	-0,319	-0,308	-0,230	0,106	0,136	0,267

TABLEAU VII.

	Onde M ₂ .			Onde K ₁ .		
	I.	II.	III.	I.	II	III.
<i>h</i> ₄	R 0,0000083	R 0,0000099	R 0,0000114	R 0,0000083	R 0,0000099	R 0,0000114
log <i>μ</i> ₄	1,59145	1,55617	1,52554	1,30957	1,27129	1,24066
<i>r</i> ₄	1,659	1,519	1,416	1,659	1,519	1,416
<i>k</i> ₄	0,044	0,037	0,030	0,086	0,069	0,057
cos <i>μ</i> ₄ X ₁₆	0,116	—0,732	—0,998	0,869	0,537	0,206
sin <i>μ</i> ₄ X ₁₆	—0,993	—0,681	—0,056	—0,496	—0,843	—0,979

Onde M₂ :

$$\begin{aligned}
 \text{(I)} \quad \zeta_4 &= (-0,173 \cos \mu_4 X - 0,126 \sin \mu_4 X) \cos m_2 t \\
 &\quad + (-0,215 \cos \mu_4 X + 0,357 \sin \mu_4 X) \sin m_2 t, \\
 \text{(II)} \quad \zeta_4 &= (-0,193 \cos \mu_4 X + 0,052 \sin \mu_4 X) \cos m_2 t \\
 &\quad - (-0,391 \cos \mu_4 X - 0,059 \sin \mu_4 X - 0,001) \sin m_2 t, \\
 \text{(III)} \quad \zeta_4 &= (-0,114 \cos \mu_4 X + 0,151 \sin \mu_4 X) \cos m_2 t \\
 &\quad + (-0,341 \cos \mu_4 X - 0,191 \sin \mu_4 X - 0,001) \sin m_2 t;
 \end{aligned}$$

Onde K :

$$\begin{aligned}
 \text{(I)} \quad \zeta_4 &= (0,012 \cos \mu_4 X - 0,033 \sin \mu_4 X) \cos k_1 t \\
 &\quad + (-0,004 \cos \mu_4 X + 0,016 \sin \mu_4 X - 0,001) \sin k_1 t, \\
 \text{(II)} \quad \zeta_4 &= (-0,002 \cos \mu_4 X - 0,033 \sin \mu_4 X) \cos k_1 t \\
 &\quad + (-0,002 \cos \mu_4 X + 0,015 \sin \mu_4 X - 0,001) \sin k_1 t, \\
 \text{(III)} \quad \zeta_4 &= (-0,010 \cos \mu_4 X - 0,029 \sin \mu_4 X) \cos k_1 t \\
 &\quad + (-0,006 \cos \mu_4 X + 0,014 \sin \mu_4 X - 0,001) \sin k_1 t.
 \end{aligned}$$

TABLEAU VIII.

Notations :

Constantes auxiliaires indépendantes de la profondeur h_{i+1} .	Constantes auxiliaires fonctions de la profondeur h_{i+1} .
$R = B' + 2CX_n$.	$p = \zeta_n - \alpha X_n - b$.
$S = \mu_i (-U_i \sin \mu_i X_n + V_i \cos \mu_i X_n)$,	$q = \frac{h_i}{h_{i+1}} Q - R - \alpha$.
$Q = R - S \quad \lambda^2 \left(\frac{\partial \varphi_i}{\partial X} \right)_{X=X_n}$,	$r = \frac{q - \alpha p}{\beta}$;

d'où

$$\begin{aligned}
 U_{i+1} &= p \cos \beta X_n - r \sin \beta X_n, \\
 V_{i+1} &= p \sin \beta X_n + r \cos \beta X_n.
 \end{aligned}$$

Canal 4. — Onde M₂ :

$$\frac{s}{\alpha} = -28,585 = -\alpha \left\{ \begin{array}{l} R = -0,217 \cos m_2 t - 0,085 \sin m_2 t; \\ S = -2,511 \quad + 3,553 \\ Q = -2,728 \quad + 3,468 \\ \xi_{16} = 0,106 \quad - 0,330 \end{array} \right.$$

<i>h</i> en ray. terr. .	0,000067 ₁₃	0,000083	0,000099	0,000114
μ_4	43,607	39,305	35,989	33,538
β	32,931	26,978	21,866	17,541
Assab, cos βX ..	-0,897	-0,251	0,970	0,530
» sin βX ..	-0,443	0,968	0,240	-0,848
Périn, cos βX ..	-0,719	-0,477	0,885	0,656
» sin βX ..	-0,695	0,878	0,466	-0,755

	Coefficients de		Coefficients de		Coefficients de		Coefficients de	
	cos $m_2 t$.	sin $m_2 t$.	cos $m_2 t$.	sin $m_2 t$.	cos $m_2 t$.	sin $m_2 t$.	cos $m_2 t$.	sin $m_2 t$.
<i>a</i>	-0,010	0,021	-0,012	0,025	-0,014	0,028	-0,016	0,033
<i>b</i>	— 4 —	8	— 5 —	10	— 6 —	12	— 7 —	14
<i>p</i>	0,113	-0,329	0,114	-0,327	0,116	-0,326	0,117	-0,326
<i>q</i>	-9,017	11,816	-7,281	9,608	-6,066	8,062	-5,234	7,002
<i>r</i>	-0,372	0,645	-0,391	0,703	-0,429	0,794	-0,489	0,930
<i>U</i> ₄	-0,069	0,253	0,407	-0,759	0,072	-0,246	-0,445	0,825
<i>V</i> ₄	0,382	-0,678	0,023	-0,160	-0,437	0,823	-0,232	0,539
ξ_{Assab}	-0,185	0,120	-0,142	0,063	-0,063	-0,072	-0,074	-0,039
$\xi_{\text{Périn}}$	-0,469	0,620	-0,382	0,474	-0,311	0,351	-0,263	0,282

Onde S₂ et N₂ (*h* = 0,000114).

	Onde S ₂ .		Onde S ₂ (rect.).		Onde N ₂ .	
μ_4	34,715				32,908	
β	19,698				16,305	
Assab, cos βX	0,934				0,186	
» sin βX	-0,358				-0,982	
Périn, cos βX	0,982				0,326	
» sin βX	-0,186				-0,986	
	(cos $s_2 t$).	(sin $s_2 t$).	(cos $s_2 t$).	(sin $s_2 t$).	(cos $n_2 t$).	(sin $n_2 t$).
<i>a</i>	-0,007	0,015	-0,007	0,015	-0,003	0,007
<i>b</i>	— 3 —	6	— 3 —	6	— 1 —	3
<i>p</i>	0,023	-0,047	0,053	-0,069	-0,009	-0,116
<i>q</i>	-1,912	0,732	-3,093	1,666	-0,086	2,212
<i>r</i>	-0,131	0,105	-0,234	0,193	0,010	0,339
<i>U</i> ₄	-0,069	0,036	-0,113	0,075	0,011	0,349
<i>V</i> ₄	-0,114	0,108	-0,212	0,191	0,008	0,081
ξ_{Assab}	-0,045	-0,010	-0,053	0,001	-0,012	-0,028
$\xi_{\text{Périn}}$	-0,106	0,028	-0,162	0,084	-0,013	0,074

Canal 4. — Onde S₂ et N₂ (suite).

S₂.

$$\begin{aligned} R &= -0,101 \cos s_2 t - 0,039 \sin s_2 t; \\ S &= -0,907 \quad + 0,392 \\ Q &= -1,008 \quad + 0,353 \\ \zeta_{16} &= 0,018 \quad - 0,049 \end{aligned}$$

S₂ (rect.).

$$\begin{aligned} R &= -0,101 \cos s_2 t - 0,039 \sin s_2 t; \\ S &= -1,496 \quad + 0,858 \\ Q &= -1,597 \quad + 0,819 \\ \zeta_{16} &= 0,048 \quad - 0,071 \end{aligned}$$

N₂.

$$\begin{aligned} R &= -0,043 \cos n_2 t - 0,017 \sin n_2 t; \\ S &= -0,023 \quad + 1,116 \\ Q &= -0,066 \quad + 1,099 \\ \zeta_{16} &= -0,011 \quad - 0,117 \end{aligned}$$

TABLEAU IX.

	Onde K ₁ .		Onde O ₁ .		Onde P ₁ .	
μ_1	17,404		16,134		17,310	
r_1	51,262		52,182		51,333	
r_2	5,908		4,988		5,837	
	(cos $k_1 t$).	(sin $k_1 t$).	(cos $o_1 t$).	(sin $o_1 t$).	(cos $p_1 t$).	(sin $p_1 t$).
a	0,000	0,077	0,000	0,063	0,000	0,025
b	-0,032	0,017	-0,026	0,016	-0,011	0,006
R	-0,168	0,134	-0,119	0,095	-0,056	0,045
S	-0,062	0,000	-0,182	0,057	-0,024	-0,024
ζ_{16}	0,027	-0,013	0,012	-0,007	0,009	-0,006
p	0,059	-0,052	0,038	-0,041	0,020	-0,019
q	-0,292	0,057	0,483	0,146	-0,104	-0,028
U_1	-0,014	0,008	-0,014	0,007	-0,005	0,002
V_1	0,073	-0,050	0,052	-0,048	0,025	-0,023
ζ_{Assab}	0,014	0,003	-0,004	0,000	0,003	-0,007
$\zeta_{\text{Périn}}$	-0,002	-0,012	-0,024	0,007	-0,002	-0,006

TABLEAU X.

	Ras				
	Zafarana.	Gharib.	Tor.	Asharafi.	Shadwan.
$h = 42^m$;	$\log \mu = 1,64488.$				
μx	0,631	1,279	1,557	1,870	2,140
$\cos \mu x$	0,806	0,287	0,014	—0,294	—0,539
$\sin \mu x$	0,592	0,958	1,000	0,956	0,842
G.....	0,056	0,022	0,003	—0,018	—0,035
G'.....	—0,444	—0,153	—0,001	0,170	0,306

$h = 44^m$;	$\log \mu = 1,63476.$				
μx	0,620	1,250	1,521	1,827	2,090
$\cos \mu x$	0,814	0,315	0,049	—0,254	—0,505
$\sin \mu x$	0,581	0,949	0,999	0,967	0,869
G.....	0,056	0,023	0,005	—0,015	—0,032
G'.....	—0,449	—0,168	—0,020	0,148	0,287

Onde M₂.

$h = 46^m$;	$\log \mu = 1,62508.$				
μx	0,606	1,222	1,487	1,787	2,044
$\cos \mu x$	0,822	0,342	0,084	—0,215	—0,456
$\sin \mu x$	0,569	0,940	0,996	0,977	0,890
G.....	0,057	0,025	0,008	—0,013	—0,029
G'.....	—0,453	—0,183	—0,040	0,127	0,260

$h = 48^m$;	$\log \mu = 1,61583.$				
μx	0,593	1,197	1,456	1,749	2,001
$\cos \mu x$	0,830	0,365	0,115	—0,177	—0,417
$\sin \mu x$	0,544	0,931	0,993	0,984	0,909
G.....	0,057	0,027	0,010	—0,010	—0,026
G'.....	—0,457	—0,196	—0,057	0,105	0,238

$h = 50^m$;	$\log \mu = 1,60694.$				
μx	0,581	1,172	1,426	1,714	1,961
$\cos \mu x$	0,836	0,388	0,144	—0,143	—0,380
$\sin \mu x$	0,549	0,921	0,989	0,990	0,925
G.....	0,058	0,028	0,012	—0,008	—0,024
G'.....	—0,461	—0,209	—0,073	0,087	0,217

Ras
Zafarana. Gharib. Tor. Asharaf. Shadwan.

Onde N₂.

$h = 46^m$; $\log \mu = 1,61685.$

μx	0,595	1,199	1,459	1,754	2,006
$\cos \mu x$	0,828	0,362	0,112	—0,182	—0,421
$\sin \mu x$	0,560	0,931	0,994	0,983	0,907
G.....	—0,056	—0,025	—0,008	0,012	0,029
G'.....	—0,137	—0,059	—0,018	0,031	0,071

$h = 48^m$; $\log \mu = 1,60760.$

μx	0,582	1,174	1,428	1,717	1,964
$\cos \mu x$	0,835	0,386	0,143	—0,146	—0,383
$\sin \mu x$	0,549	0,923	0,990	0,989	0,924
G.....	—0,057	—0,026	—0,010	0,010	0,026
G'.....	—0,138	—0,063	—0,023	0,025	0,065

Onde S₂.

$h = 46^m$; $\log \mu = 1,64005.$

μx	0,627	1,265	1,539	1,850	2,116
$\cos \mu x$	0,809	0,301	0,031	—0,276	—0,518
$\sin \mu x$	0,587	0,954	0,999	0,961	0,855
G.....	0,061	0,024	0,003	—0,019	—0,037
G'.....	—0,095	—0,033	—0,001	0,036	0,064

Onde K₁.

$h = 46^m$; $\log \mu = 1,34020.$

μx	0,315	0,634	0,772	0,927	1,060
$\cos \mu x$	0,952	0,808	0,719	0,605	0,493
$\sin \mu x$	0,307	0,590	0,695	0,797	0,870
G.....	—0,042	—0,032	—0,027	—0,022	—0,016
G'.....	0,018	0,015	0,013	0,011	0,009

Ras
Zafarana. Gharib. Tor. Asharafi. Shadwan.

Onde O₁.

$$h = 46^m; \quad \log \mu = 1,30728.$$

μx	0,292	0,588	0,715	0,860	0,983
$\cos \mu x$	0,958	0,834	0,757	0,656	0,559
$\sin \mu x$	0,285	0,552	0,655	0,755	0,829
G.....	—0,009	—0,005	—0,004	—0,002	—0,002
G'.....	—0,001	—0,001	—0,001	—0,001	—0,001

Onde P₁.

$$h = 46^m; \quad \log \mu = 1,33783.$$

μx	0,311	0,627	0,763	0,917	1,049
$\cos \mu x$	0,952	0,809	0,722	0,607	0,498
$\sin \mu x$	0,307	0,586	0,692	0,794	0,867
G.....	—0,013	—0,010	—0,009	—0,007	—0,005
G'.....	0,006	0,005	0,004	0,004	0,003

TABLEAU XI.

$$\text{A Suez : } \lambda = 30^0, \quad \psi = -32^0,5;$$

d'où par le calcul direct :

$$\cos^2 \lambda \sin 2\psi = -0,680,$$

$$\sin^2 \lambda \cos 2\psi = 0,317.$$

Par les formules

$$\cos^2 \lambda \sin 2\psi = -0,940 + 0,275x + 1,362x^2.$$

$$\cos^2 \lambda \cos 2\psi = 0,661 + 0,928x - 0,658x^2;$$

où l'on remplace x par 0^R,3570. distance de Suez à Périn; on

$$\cos^2 \lambda \sin 2\psi = -0,669.$$

$$\cos^2 \lambda \cos 2\psi = 0,307.$$



SECONDE THÈSE.

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

La Parallaxe solaire.

Vu et approuvé :

Paris, le 10 Décembre 1929.

LE DOYEN DE LA FACULTÉ DES SCIENCES,
C. MAURAIN.

Vu et permis d'imprimer :

Paris, le 10 Décembre 1929.

LE RECTEUR DE L'ACADÉMIE DE PARIS,
S. CHARLÉTY

PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS ET C^{ie}

88828. Quai des Grands-Augustins, 55
